

Exercice 1. Une entreprise fabrique un engrais biologique liquide. Chaque jour, le volume d'engrais liquide fabriqué est compris entre 5 m^3 et 60 m^3 .

Le coût moyen quotidien de production (exprimé en centaine d'euros) de cet engrais est modélisé par la fonction f définie sur l'intervalle $[5 ; 60]$ par :

$$f(x) = x - 15 + \frac{400}{x}$$

où x est le volume quotidien d'engrais fabriqué, exprimé en m^3 . La représentation graphique \mathcal{C}_f de la fonction f est donnée dans le repère de la page ci-contre.

PARTIE A

1. Quel est le coût moyen quotidien pour la production de 50 m^3 d'engrais ?
2. Quels volumes d'engrais faut-il fabriquer pour avoir un coût moyen quotidien de production inférieur ou égal à 3500 € ?

PARTIE B

On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $[5 ; 60]$. On note f' sa fonction dérivée.

1. Montrer que, pour tout x appartenant à l'intervalle $[5 ; 60]$:

$$f'(x) = \frac{x^2 - 400}{x^2}$$

2. Étudier le signe de $x^2 - 400$, pour tout x appartenant à l'intervalle $[5 ; 60]$.
3. En déduire les variations de la fonction f sur l'intervalle $[5 ; 60]$.
4. Pour quel volume d'engrais fabriqué le coût moyen quotidien de production est-il minimal ? Quel est ce coût moyen minimal ?

