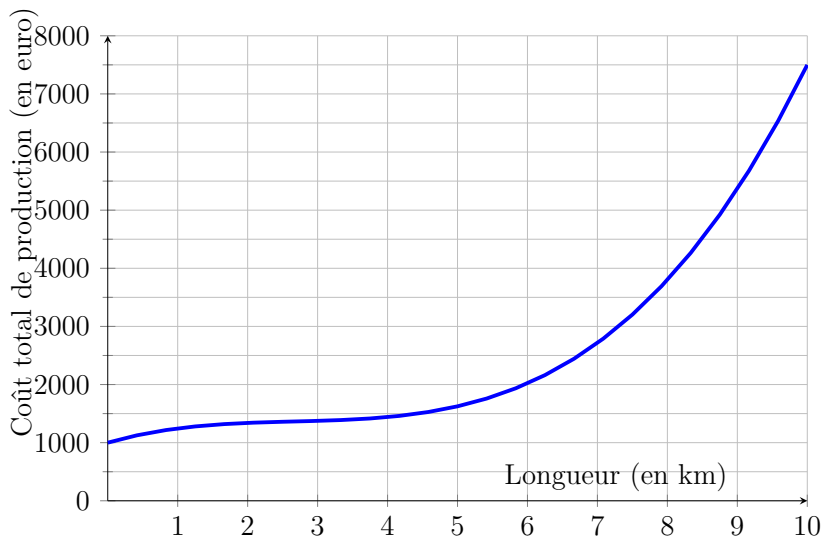


**Exercice 1.** Une entreprise produit et vend un tissu en coton de forme rectangulaire de 1 mètre de large ; on note  $x$  sa longueur exprimée en kilomètre,  $x$  étant un nombre compris entre 0 et 10.

Le coût total de production en euro de ce tissu est donné, en fonction de  $x$ , par :

$$C(x) = 15x^3 - 120x^2 + 350x + 1\,000.$$

La courbe de la fonction  $C$  est représentée sur le graphique ci-dessous.



### Partie A : Étude du coût total

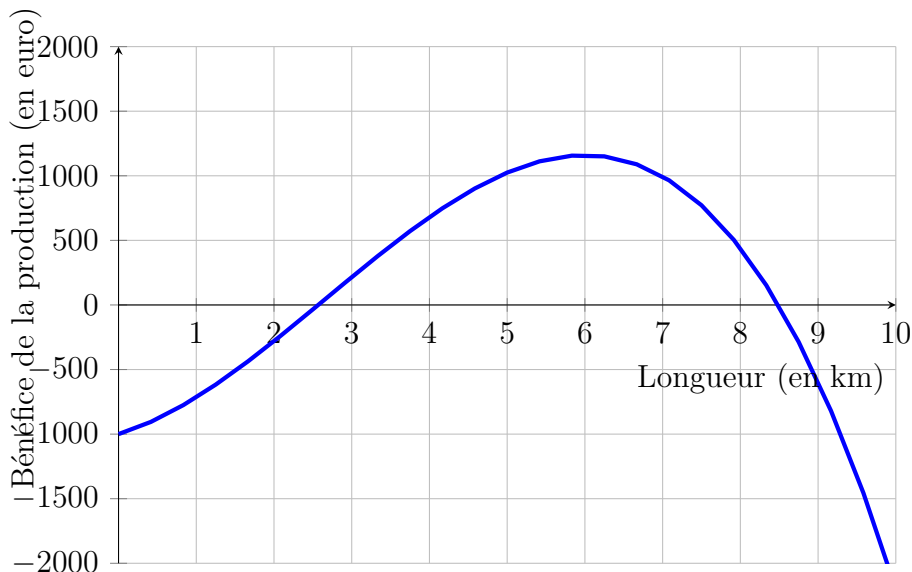
- Déterminer le montant des coûts fixes.
- Déterminer, par lecture graphique, le montant du coût total lorsque l'entreprise produit 6 km de tissu.
  - Déterminer par un calcul sa valeur exacte.
- Déterminer graphiquement la longueur, arrondie au kilomètre, de tissu produit lorsque le coût total s'élève à 5 500 €.

## Partie B : Étude du bénéfice

Le cours du marché offre un prix de 530 € le kilomètre de tissu fabriqué par l'entreprise.

Pour tout  $x \in [0 ; 10]$ , on note  $R(x)$  la recette et  $B(x)$  le bénéfice générés par la production et la vente de  $x$  kilomètres de tissu par l'entreprise.

1. Exprimer  $R(x)$  en fonction de  $x$ .
2. Montrer que pour tout  $x \in [0 ; 10]$  :  $B(x) = -15x^3 + 120x^2 + 180x - 1\,000$ .
3. Déterminer  $B'(x)$  pour  $x \in [0 ; 10]$  où  $B'$  désigne la fonction dérivée de  $B$ .
4. Étudier le signe de  $B'(x)$  et en déduire les variations de la fonction  $B$  sur  $[0 ; 10]$ .
5. (a) Pour quelle longueur de tissu produit et vendu l'entreprise réalise-t-elle un bénéfice maximal ?  
(b) Donner alors la valeur de ce bénéfice maximal.
6. (a) Calculer le nombre dérivé de  $B$  en 5.  
(b) Sur le graphique suivant, tracer la tangente à  $B$  au point d'abscisse 5 dans le repère.

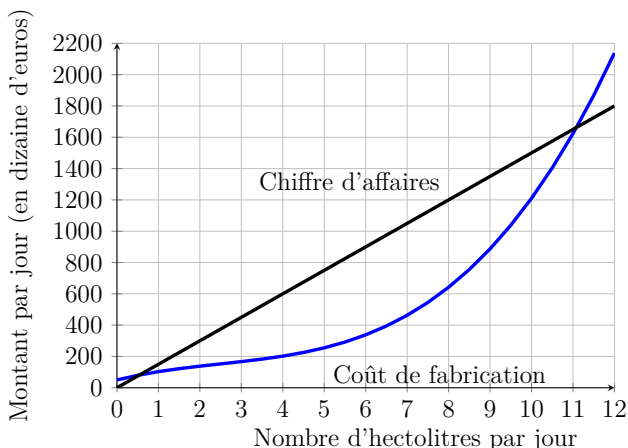


**Exercice 1.** Une entreprise fabrique et vend un produit désinfectant liquide. Chaque jour, elle fabrique  $x$  hectolitres de désinfectant avec  $x$  compris entre 0 et 12. On considère que l'entreprise vend toute sa production.

Le coût de fabrication, en dizaine d'euros, de  $x$  hectolitres de ce produit est modélisé par la fonction  $C$  définie sur l'intervalle  $[0 ; 12]$ .

Le chiffre d'affaires pour la vente de  $x$  hectolitres de produit est  $R(x)$ , exprimé en dizaines d'euros.

Dans un repère orthogonal du plan, on a tracé les représentations graphiques des fonctions  $C$  et  $R$ .



- On considère la production d'une journée. Par lecture graphique :
  - Déterminer le chiffre d'affaires réalisé pour la vente de 4 hectolitres.
  - Déterminer le coût de fabrication de 4 hectolitres.
  - En déduire le bénéfice réalisé pour la vente de 4 hectolitres.
  - Ce bénéfice est-il maximal pour la production et la vente de 4 hectolitres ? Justifier.
- Par lecture graphique, donner sous forme d'intervalle, le nombre d'hectolitres que doit produire l'entreprise pour réaliser des profits, c'est-à-dire un bénéfice strictement positif.

3. La représentation graphique de la fonction  $R$  est une droite qui passe par l'origine du repère et par le point  $A$  de coordonnées  $(4 ; 600)$ . Déterminer l'expression de  $R(x)$ .
4. On note  $B$  la fonction qui modélise le bénéfice de l'entreprise en fonction du nombre d'hectolitres de désinfectant vendus. Pour  $x$  appartenant à l'intervalle  $[0 ; 12]$ , on a :

$$B(x) = -2x^3 + 15x^2 + 84x - 50.$$

- (a) On note  $B'$  la fonction dérivée de la fonction  $B$ . Calculer  $B'(x)$ .
- (b) Résoudre l'équation  $-6x^2 + 30x + 84 = 0$ .
- (c) Recopier et compléter le tableau de variations ci-dessous :

$x$	0	7	12
Signe de $B'(x)$	...	0	...
Variations de $B$			

- (d) Pour quelle quantité de désinfectant produite et vendue le bénéfice est-il maximal ? Quel est alors le bénéfice ?
5. (a) Calculer le nombre dérivé de  $B$  en 5.
- (b) Sur le graphique suivant, tracer la tangente à  $B$  au point d'abscisse 5 dans le repère.

