22/05/2017
DS n°6

T^ale STMG

Suites — Loi normale Corrigé

Exercice 1 (Loi normale — 8 points).

1. À l'aide de la calculatrice, la probabilité arrondie au millième que le nombre de yaourts vendus soit inférieur ou égal à 150, notée $P(X \leqslant 150)$ est égale à 0,159.

On donne dans l'énoncé la courbe de densité de la loi normale d'espérance $\mu = 180$ et d'écart type $\sigma = 30$.

2. Sur ce graphique, on peut lire : $P(135 \leqslant X \leqslant 180) \approx 0,433$. Ceci signifie que la probabilité de vendre entre 135 et 180 yaourts est égale à 0,433.
3. La courbe étant symétrique par rapport à la droite d'équation $x = \mu$, il en résulte que
$P(180 \leqslant X \leqslant 225) = 0{,}433$.
$P(X \geqslant 225) = 0{,}5 - P(180 \leqslant X \leqslant 225) = 0{,}5 - 0{,}433 = 0{,}067$.
4. Ce samedi, le producteur n'a apporté que 225 yaourts au marché. La probabilité qu'il ait besoin de compléter son stock est $P(X \geqslant 225)$ soit environ 0,067.
5. L'espérance de la variable aléatoire X est égale à la moyenne des valeurs prises par cette variable sur un grand nombre de répétitions de l'expérience. Donc en moyenne, le producteur vendra $\mu = 180$ yaourts.

Exercice 2 (Suites — 12 points). **Partie A**

1. u_0 et u_{12} correspondent aux nombres de voitures produites sur le site A en 2015 et en $2015 + 12 = 2027$. On en déduit $u_0 = 42\,000$ et $u_{12} = 0$.

2. u est une suite arithmétique donc on cherche la raison r.

   On a $u_{12} = u_0 + 12r$ donc $12r = u_{12} - u_0$ soit $r = \dfrac{0 - 42000}{12} = -3\,500$.

   La production doit donc diminuer de $\boxed{3\,500}$ véhicules par an.

   Autre méthode : La production doit passer, en 12 ans, de 42000 à 0 véhicule. Cela correspond donc à une diminution de $\frac{42000}{12} = 3500$ véhicules par an.

3. $u_5 = u_0 - 5 \times r$ (où r est la raison), donc $u_5 = 42000 - 5 \times 3500 = 24500$. En 2020, le site A fabriquera 24 500 voitures.

Partie B

1. Augmenter de 5 % revient à multiplier par $1 + 0,05 = 1,05$.

   La raison est donc $\boxed{q = 1,05}$ et le premier terme est $\boxed{v_0 = 53\,000}$.

2. On a $\boxed{v_n = 53\,000 \times 1,05^n}$

3. On applique la formule précédente avec $n = 1$ puis $n = 2$.

   On obtient : $\boxed{\left\{\begin{array}{lcl} v_1 & = & 55\,650 \\ v_2 & \simeq & 58\,433 \end{array}\right.}$ qui correspondent à la production sur le site B en 2016 et 2017.

4. L'algorithme calcule les valeurs successives de v_k et s'arrête dès que $v_k \geqslant 95\,000$ puis affiche k.

   Il permet donc de déterminer le nombre d'années nécessaires à ce que la production sur le site B dépasse 95 000 véhicules.

5. $v_5 = v_0 \times q^n = 53000 \times 1,05^5 = 67643$. En 2020, le site B fabriquera 67 643 voitures.