

Exercice 1 (D'après le bac STMG Métropole, 15 juin 2016).

Une agence lance une campagne publicitaire sur une durée de 15 semaines, dans une ville donnée, afin de promouvoir une nouvelle marque de boissons gazeuses.

Une étude montre qu'après x semaines de campagne publicitaire, le pourcentage de personnes résidant dans cette ville ayant pris connaissance de la marque est donné par l'expression : $f(x) = \frac{75x}{x+2}$ où x est un réel compris entre 0 et 15.

L'objectif fixé à l'agence par l'entreprise qui produit cette nouvelles marque de boissons est qu'au moins 70 % des habitants de la ville aient pris connaissance de cette marque.

1. On note f' la dérivée de f . Montrer que, pour tout réel x de l'intervalle $[0 ; 15]$, on a : $f'(x) = \frac{150}{(x+2)^2}$.
2. En utilisant le signe de sa dérivée, déterminer les variations de f sur l'intervalle $[0 ; 15]$.
3. Au bout de combien de semaines est-ce que le maximum d'habitants de la ville aura pris connaissance de la marque ?
4. Quel pourcentage d'habitants connaîtra alors la marque ? L'objectif de la marque est-il atteint ?
5. L'agence décide de prolonger la campagne publicitaire. Trente semaines après le début de la campagne, l'objectif de 70 % est-il enfin atteint ?
6. Combien de semaines après le début de la campagne (à une semaine près) la moitié de la population connaissait-elle la marque ?