

**Exercice 1** (D'après le bac STMG Métropole, 11 septembre 2014).

**Partie A.** On considère la fonction  $f$  définie pour tout réel  $x$  de l'intervalle  $[6; 24]$  par :  $f(x) = -x + 40 - \frac{144}{x}$ . On note  $f'$  la fonction dérivée de  $f$ .

- Démontrer que pour tout  $x$  de l'intervalle  $[6; 24]$ , on a :  $f'(x) = \frac{144-x^2}{x^2}$ .
- (a) Montrer que le tableau de signes de  $f'$  sur l'intervalle  $[6; 24]$  est :

$x$	6	12	24
$f'(x)$	+	0	-

- Dresser le tableau de variations complet de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[6; 24]$ .
- Quelle est la plus petite valeur prise par  $f$  sur l'intervalle  $[6; 24]$  ?

**Partie B.** Une entreprise produit et commercialise entre 6 et 24 tonnes d'engrais par jour.

On admet que toute sa production est vendue.

Le bénéfice total (exprimé en centaines d'euros) réalisé pour une production de  $x$  tonnes d'engrais, est modélisé à l'aide de la fonction  $B$  définie par :  $B(x) = -x^2 + 40x - 144$ .

On admet que le bénéfice total maximal est atteint pour une production de 20 tonnes d'engrais par jour.

- Le bénéfice unitaire pour une production de  $x$  tonnes d'engrais est donné par  $\frac{B(x)}{x}$ .

Le bénéfice total et le bénéfice unitaire sont-ils maximaux pour la même production d'engrais ? On pourra utiliser les résultats obtenus dans la partie A.

- Actuellement, l'entreprise fabrique 21 tonnes d'engrais par jours. Elle a la possibilité d'en fabriquer deux de plus par jour. Si on ne tient compte que du bénéfice total, l'entreprise a-t-elle intérêt à augmenter sa production ?