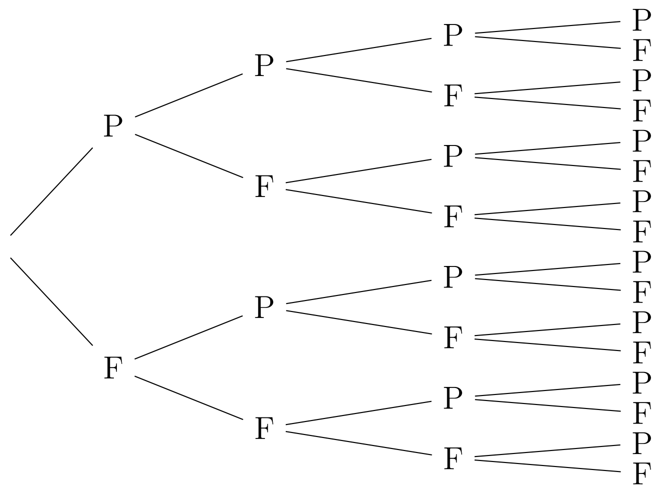
Loi normale

Rappels sur la loi binomiale

1 Arbres et Lois de probabilité

On lance une pièce équilibrée, et on regarde si elle tombe sur pile (P) ou face (F). On appelle X la variable aléatoire comptabilisant le nombre de pile obtenus (par exemple, $P\left(X=2\right)$ correspond à la probabilité d'obtenir deux fois pile).

1. Exprimer par une phrase en français les probabilités suivantes : (a) $P\left(X=3\right)$, (b) $P\left(X\geqslant 2\right)$, (c) $P\left(1\leqslant X\leqslant 3\right)$. Exprimer en notation mathématique les probabilités suivantes : (d) « Obtenir au moins trois fois pile » ; (e) « Obtenir moins de deux fois pile » ; (f) « N'obtenir aucun pile ».
2. On lance deux fois la pièce.
   (a) Construire l'arbre probabiliste correspondant à cette expérience.
   (b) Calculer $P(X=1)$.
3. Mêmes questions, mais en lançant cette fois-ci trois fois de suite la pièce de monnaie.
4. On lance quatre fois la pièce, on on obtien l'arbre suivant.



   (a) Calculer, pour chaque branche, le nombre de succès.
   (b) Compléter la loi de probabilité suivante.

x_i	0	1	2	3	4
$P\left(X=x_i\right)$					

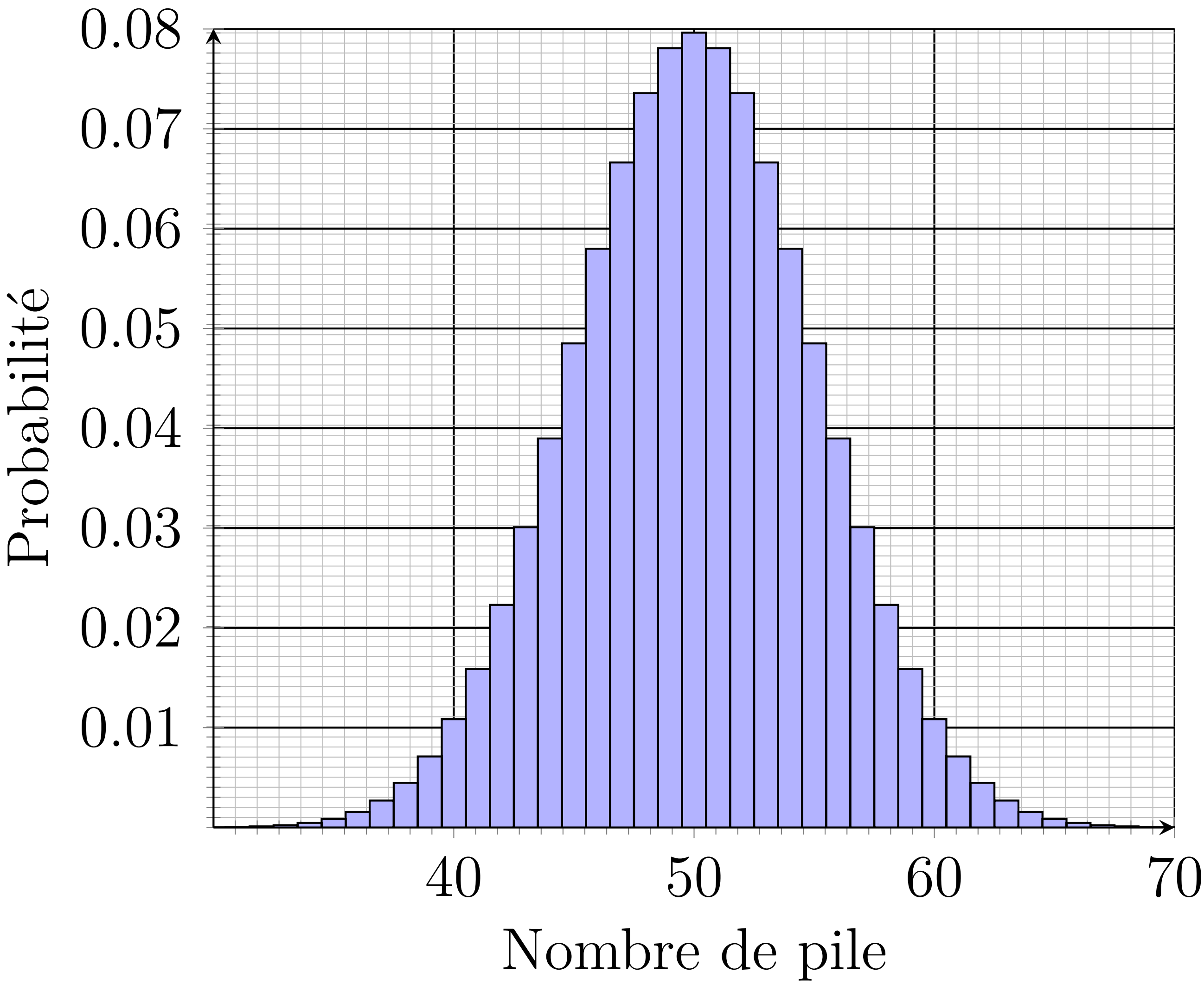
   (c) En utilisant le tableau ci-dessus, calculer les probabilités suivantes. (i) $P\left(X=2\right)$ (ii) $P\left(X\leqslant 2\right)$ (iii) $P\left(1\leqslant X\leqslant 2\right)$.
   (d) Calculer les probabilités suivantes *sans utiliser le tableau de la question 4b* (en utilisant uniquement les réponses à la question précédente). (i) $P\left(X>2\right)$ (ii) $P\left(X\neq 2\right)$ (iii) $P\left(X\geqslant 1\right)$.
   (e) Quelles « règles de symétrie » observez-vous dans la loi de probabilité ?
5. On lance maintenant six pièces de monnaies. On a calculé la loi de probabilité (incomplète) suivante.

x_i	0	1	2	3	4	5	6
$P\left(X=x_i\right)$				0,313		0,094	0,015

   (a) Calculer $P(X\geqslant 5)$.
   (b) En déduire $P\left(X\leqslant 1\right)$.
   (c) En déduire $P\left(2\leqslant X\leqslant 4\right)$.
   (d) En déduire $P\left(X=2\right)$ et $P\left(X=4\right)$.

2 Loi binomiale

On lance 100 fois une pièce, et on obtient 37 fois pile. On se demande si cette pièce est truquée ou non. On imagine maintenant qu'on lance une *autre* pièce, équilibrée, 100 fois de suite, et qu'on compte le nombre de pile obtenus (que l'on associe à la variable aléatoire X). Les probabilités sont résumées dans le graphique suivant (les probabilits pour $X < 30$ et $X > 70$ ne sont pas affichée car elles sont si proches de 0 que l'on peut les considérer comme nulles).



1. Lire graphiquement $P(X = 50)$; déterminer graphiquement la probabilité d'obtenir exactement 40 fois pile.
2. Comment pourrait-on faire pour lire graphiquement $P(51 \leqslant X \leqslant 60)$?

On admet que $P(51 \leqslant X \leqslant 60) = 0,442$.

3. Graphiquement, comparer $P(51 \leqslant X \leqslant 60)$ et $P(40 \leqslant X \leqslant 49)$. En déduire $P(40 \leqslant X \leqslant 49)$.
4. Calculer $P(40 \leqslant X \leqslant 60)$.
5. *Sans les calculer*, comparer (graphiqement, si nécessaire) $P(X < 40)$ et $P(X > 60)$.
6. En déduire $P(X < 40)$, et reformuler cette probabilité en utilisant une phrase en français.
7. Que peut-on affirmer à propos de la pièce qui n'a produit que 37 fois pile en 100 lancers ?