Cette fiche ne contient normalement que des rappels de première.

1 Loi binomiale

1.1 Définition

Définition. On répète n fois la même expérience aléatoire à deux issues (succès et échec), la probabilité de succès étant p, et on définie la variable aléatoire X, qui comptabilise le nombre de succès.
Alors on dit que la variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètres n et p, qui se note $\mathcal{B}(n, p)$.

Exemple. Exemple : Les situations suivantes sont modélisées par des lois binomiales. Quelles sont leurs paramètres n et p ?

1. On lance 30 pièces de monnaies équilibrée ; obtenir pile est un succès.
2. On lance 20 dés équilibrés à 6 faces ; obtenir un 6 est un succès.

1. C'est une loi binomiale de paramètres $n = 30$ (le nombre de répétitions) et $p = 0,5$ (la probabilité de succès, c'est-à-dire d'obtenir pile).
2. C'est une loi binomiale de paramètres $n = 20$ (le nombre de répétitions) et $p = 1/6$ (la probabilité de succès, c'est-à-dire d'obtenir un 6).

Propriété. L'espérance d'une variable aléatoire de paramètres n et p est :

$$E(X) = n \times p$$

Exemple. Une usine de vélo fait des tests de qualité, et a observé que sur 1000 vélos fabriqués, deux ne respectent pas les critères de qualité.
Elle effectue une livraison de 35 vélos pour un magasin. On appelle X la variable aléatoire qui comptabilise le nombre de vélos vérifiant le contrôle qualité.

1. Quelle est l'expérience a deux issues qui est répétée ?

2. Quelle est la probabilité de succès ? Quelle est la probabilité d'échec ?
3. Combien de fois cette variable aléatoire est-elle répétée ?
4. *Compléter :* La variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètres $n =$ et $p =$.

1. L'expérience qui est répétée est : on choisit un vélo au hasard, et on observe s'il vérifie le contrôle qualité (succès) ou non (échec).
2. La probabilité de succès est la probabilité qu'un vélo pris au hasard respecte que contrôle qualité, c'est-à-dire 998/1000.
3. Cette variable est répétée 35 fois (puisque l'on choisit 35 vélos qui sont ceux du magasin).
4. *Compléter :* La variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètres $n = 35$ et $p = 998/1000$.

1.2 Calculatrice

Toutes les manipulations se font en allant dans le menu « Statistiques » (`STAT`) : MENU, STAT.

L'utilisation des calculatrices est décrit dans ces vidéos :
Casio (QR code de gauche) :
`http://youtu.be/69IQIJ7lyww`
TI (QR code de droite) :
`http://youtu.be/7k4ZYdfWEY8`

1.2.1 Calcul de $P(X = k)$

Exercice 1. On reprend la situation de l'exercice 1.1, et on veut calculer la probabilité que sur la livraison, 5 vélos soient défectueux.

1. Si 5 vélos sont défectueux, combien sont en bon état ?
2. Calculer $P(X = 30)$, et répondre à la question posée.

3. Quelle est la probabilité que tous les vélos soient en bon état ?

Voici la méthode pour répondre à la question 2.

1. Aller dans le menu `DIST` (touche `F2`), puis `BINM` (touche `F5`), puis `Bpd` (touche `F1`).
2. L'écran présente alors un menu, à remplir comme suit :

```
D.P. binomiale
DATA : Variable
x : 30
Numtrial : 35
p : 0.998
Save Res: None
```

x Nombre de succès recherché (30 car on recherche $P(X=30)$).

Numtrial Nombre de répétitions de l'expérience.

p Probabilité de succès sur *une seule* répétition de l'expérience.

3. Tout en bas de l'écran, sélectionner la ligne `Exécuter`.
4. Appuyer sur `CALC` (touche `F1`). Combien vaut $P(X=30)$?

1. Si 5 sont défectueux sur 35 vélos, alors $35-5=30$ vélos sont en bon état.
2. En appliquant la méthode décrite ci-dessus, on trouve $9,8\times10^{-9}$. Donc la probabilité que 5 vélos (exactement) soient défectueux est environ $9,8\times10^{-9}$ (soit moins d'une chance sur 100 millions).
3. On refait le même calcul à la calculatrice, avec $x=35$. On obtient 0,93 environ. La probabilité que tous les vélos soient en bon état est donc 0,93, ou 93%.

1.2.2 Calcul de $P(X \leqslant a)$

Exercice 2. On reprend la situation de l'exercice 1.1. Calculer la probabilité que sur la livraison, au moins 2 vélos soient défectueux.

On remarque que « au moins 2 vélos défectueux » est équivalent à « 33 vélos au maximum sont en bon état » : on doit donc calculer $P(X \leqslant 33)$.

1. Aller dans le menu `DIST` (touche `F2`), puis `BINM` (touche `F5`), puis `Bcd` (touche `F2`).
2. L'écran présente alors un menu, à remplir comme suit :

```
D.P. binomiale
DATA : Variable
x : 33
Numtrial : 35
p : 0.998
Save Res: None
```

3. Tout en bas de l'écran, sélectionner la ligne `Exécuter`.
4. Appuyer sur `CALC` (touche `F1`). Combien vaut $P(X \leqslant 33)$?

La calculatrice donne 0,999 95, donc la probabilité que 33 vélos ou plus soient en bon état (ou encore que 2 vélo ou moins soient en mauvais état) est environ 0,999 95 (soit plus de 99,99%).

Bilan

Faites les deux exercices suivants, et rendez-les moi sur l'ENT ou par courriel.

Exercice 3 (D'après le sujet de bac STMG Polynésie, juin 2016)**.** Dans une population, on estime qu'il naît 51 % de garçons et 49 % de filles.
On choisit au hasard 5 familles parmi celles qui ont au moins un enfant. 0n appelle Y la variable aléatoire qui donne le nombre de ces familles ayant eu une fille en premier enfant.
Calculer la probabilité $P(Y = 2)$.

Exercice 4 (D'après le sujet de bac STMG Centres étrangers, juin 2016)**.**
On sait que en France, en 2014, 62 % des voitures particulières sont des véhicules diesel.
On choisit au hasard 10 véhicules dans un échantillon du parc automobile français suffisamment important pour assimiler ce choix à dix tirages successifs avec remise.
Calculer la probabilité pour qu'exactement trois d'entre eux ne roulent pas au diesel.