

Exercice 5 (D'après le baccalauréat STMG Métropole–La Réunion, 18 juin 2015). *Une des attractions du parc, une descente de type rafting dans des bouées géantes, attire beaucoup de visiteurs.*

Les normes de sécurité imposent que le bassin d'arrivée contienne un volume d'eau compris entre 150 et 170 m³ d'eau. Chaque soir, à la fermeture du parc, l'équipe de maintenance effectue des vérifications et décide, ou non, d'intervenir. Le volume d'eau (exprimé en m³) contenu dans le bassin, à la fin d'une journée d'exploitation de cette attraction, est modélisé par une variable aléatoire X suivant une loi normale d'espérance $\mu = 160$ et d'écart type $\sigma = 5$.

1. (a) *Calculer $p(150 \leq X \leq 170)$. À la calculatrice, on trouve $p(150 \leq X \leq 170) \approx 0,95$.*

(b) *En déduire la probabilité que l'équipe de maintenance soit obligée d'intervenir pour respecter les normes de sécurité.*

L'équipe doit intervenir si les normes ne sont pas respectées, c'est-à-dire si le bassin ne contient pas entre 150 et 170 m³ d'eau. Le bassin contient cette quantité d'eau avec une probabilité 0,95, donc il ne contient pas cette quantité d'eau avec une probabilité de $1 - 0,95 = 0,05$ environ. La probabilité que l'équipe intervienne est donc environ 0,05.

2. *Quelle est la probabilité que l'équipe de maintenance soit obligée, pour respecter les normes, de rajouter de l'eau dans le bassin à la fin d'une journée d'ouverture ?*

L'équipe doit rajouter de l'eau s'il y en a moins de 150 m³ à la fin de la journée.

Méthode 1. D'après la calculatrice, $p(X \leq 150) \approx 0,023$, la probabilité qu'il faille ajouter de l'eau est d'environ 0,023 (soit 2,3%).

Méthode 2. Puisque $p(150 \leq X \leq 170) \approx 0,95$, alors la probabilité que X soit inférieur à 150 ou supérieur à 170 est environ $1 - 0,95 = 0,05$. De plus, la loi normale est symétrique par rapport à l'espérance $\mu = 160$, de même que l'intervalle $[150; 170]$, donc il y a la même probabilité que X soit inférieur à 150 et que X soit supérieur à 170. Donc $p(X \leq 150) \approx \frac{0,05}{2} \approx 0,025$, soit environ 2,5%.

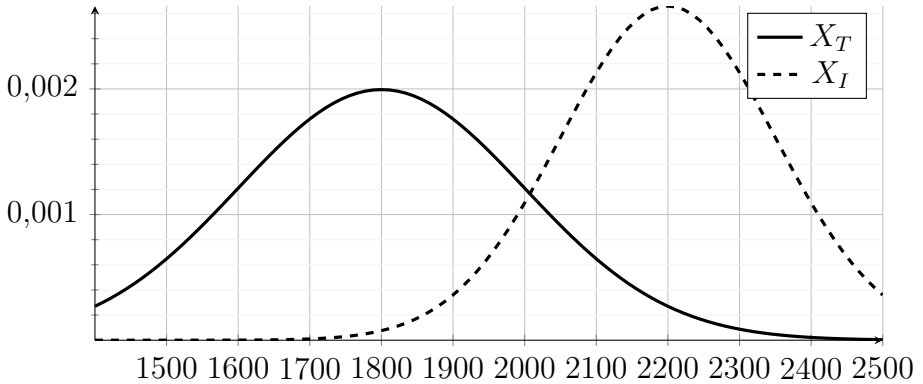
Remarquons que ces deux méthodes donnent des résultats légèrement différents. C'est normal : cela est dû à des erreurs d'arrondis.

Exercice 6 (D'après le baccalauréat STMG Antilles, 18 juin 2015). *On rappelle que cette entreprise est composée de 1 200 techniciens et de 800 ingénieurs.*

On modélise le salaire mensuel, exprimé en euros, d'un technicien de l'entreprise par une variable aléatoire X_T suivant une loi normale d'espérance m_T et d'écart type 200.

On modélise le salaire mensuel, exprimé en euros, d'un ingénieur de l'entreprise par une variable aléatoire X_I suivant une loi normale d'espérance m_I et d'écart type 150.

On donne ci-dessous la représentation graphique des fonctions de densité des variables X_T et X_I .



1. Déterminer graphiquement m_T et m_I .

Le nombre m_T est l'espérance de la variable aléatoire X_T , représentée en traits pleins sur le graphique. C'est donc l'abscisse du point le plus haut de la courbe, soit $m_T = 1800$.

De même, m_I est l'abscisse du point le plus haut de la courbe en pointillés, soit $m_I = 2200$.

2. Donner une valeur arrondie au centième de $p(X_T \leq 1600)$.

À la calculatrice, on obtient $p(X_T \leq 1600) \approx 0,16$, soit environ 16%.

3. En déduire une estimation du nombre de techniciens dont le salaire mensuel est inférieur ou égal à 1 600 € par mois. Il y a 1 200 techniciens dans l'entreprise, donc 16% touchent moins de 1 600 €. Cela fait $1200 \times \frac{16}{100} = 192$ techniciens dont le salaire est inférieur ou égal à 1 600 €.