

1 Modes de génération d'une suite

Définition. Étant donné une suite u , le terme u_n désigne le *terme de rang* n .

Propriété. Étant donné une suite u :

- u_{n-1} est le terme qui _____ u_n .
- u_{n+1} est le terme qui _____ u_n .

Définition. Une suite est le plus souvent définie par :

_____ : En fonction du terme précédent.

_____ : Lorsque l'on peut calculer directement n'importe quel terme.

Exercice 1. Calculer les trois premiers termes des suites suivantes.

1. u définie sur \mathbb{N} par $u_0 = 4$ et $u_{n+1} = 2u_n - 1$.
2. v définie sur \mathbb{N}^* par $u_n = 3n + 2$.

2 Suites arithmétiques

Définition 1. Une suite u est dite *arithmétique* s'il existe un réel r , appelé _____, tel que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on ait : _____.

Habituellement, une suite arithmétique est définie par la donnée de _____.

Propriété 2.

- Pour tout n et p de son domaine de définition, on a : _____.
- En particulier, si u est définie sur \mathbb{N} , pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a : _____.

Propriété 3. La suite u est :

- (strictement) croissante si et seulement si _____
- (strictement) décroissante si et seulement si _____
- constante si _____.

Exercice 2. Cette année, les ventes d'un revendeur d'ordinateur ont diminué. Mais il s'était engagé avec son fournisseur, et il continue à recevoir chaque semaine 15 ordinateurs de plus qu'il n'en vend. Il loue un local pour stocker ces ordinateurs.

On appelle (u_n) la suite modélisant le nombre d'ordinateurs stockés dans le local au bout de n semaines. Ainsi, $u_1 = 0$ est le nombre d'ordinateurs stockés au début de la première semaine ; u_2 est le nombre d'ordinateurs stockés au début de la deuxième semaine, et ainsi de suite.

1. Justifier que la suite u est arithmétique, et donner son premier terme et sa raison.
2. Calculer u_2, u_3, u_4 .
3. Combien d'ordinateurs seront stockés au bout de 10 semaines ?
4. Au bout de combien de temps son local, qui permet de stocker 230 ordinateurs, sera-t-il plein ?

3 Suites géométriques

Définition. Une suite v est dite *géométrique* s'il existe un réel q non nul, appelé _____, tel que pour tout n de son domaine de définition on ait : _____

Exemple 1 (Définition).

- (a) Les cinq premiers termes de la suite géométrique de premier terme 4 et de raison $\frac{1}{2}$ sont : ...
- (b) La suite de termes $1/3; 1; 3; 9; 27$; etc. est géométrique de premier terme ... et de raison ...

Propriété (Terme général).

- Pour tout p et n de son domaine de définition, on a : _____.
- En particulier, si v est définie sur \mathbb{N} , pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a : _____

Exemple 2 (Terme général).

1. Soit u la suite géométrique de premier terme $u_7 = 12$ et de raison 0,85. Calculer u_{10} et v_{20} .
2. Soit v la suite géométrique définie sur \mathbb{N} par :

$$\begin{cases} v_0 = 1729 \\ v_{n+1} = 1.02v_n \text{ pour tout } n \geq 7 \end{cases}$$

Calculer v_{10} et v_{100} .

Propriété (Variations). Soit une suite géométrique de premier terme $v_0 > 0$ et de raison $q > 0$. Alors :

- si $0 < q < 1$: v est _____;
- si $q = 1$: v est _____;
- si $q > 1$: v est _____.

Exemple 3 (Variations). Donner le sens de variations des suites de l'exemple précédent.

Exercice 3 (D'après le sujet de bac STMG Nouvelle Calédonie — 16 novembre 2016).

En janvier 2015, une entreprise renouvelle son parc de tablettes tactiles.

La tablette choisie affiche une autonomie de 8 heures. Une étude montre que l'autonomie de la batterie baisse de 15 % chaque année d'utilisation.

Soit n un entier naturel. On modélise le nombre d'heures d'autonomie de cette tablette pour l'année $2015 + n$ par une suite (u_n) . Ainsi $u_0 = 8$.

On arrondira les résultats au centième d'heure.

1. (a) Vérifier que $u_1 = 6,8$.
(b) Calculer u_2 et en donner une interprétation.
2. Expliquer pourquoi la suite (u_n) est géométrique. En donner sa raison.
3. Selon ce modèle, quelle sera l'autonomie de la tablette en janvier 2020 ?
4. L'entreprise souhaite prévoir le nombre d'années au bout desquelles l'autonomie sera inférieure à quatre heures.

On considère l'algorithme suivant :

Initialisation	n prend la valeur 0 u prend la valeur 8 q prend la valeur 0,85
Traitement	Tant que $u > 4$ n prend la valeur $n + 1$ u prend la valeur $8 \times q$ Fin tant que
Sortie	Afficher n

Quelle sera la valeur affichée en sortie ?