

Suites géométriques — Corrigé

Exercice 1 (D'après le sujet de bac STMG Antilles–Guyane 18 juin 2019). *Le « continent de plastique » est la plus grande des plaques de déchets plastiques évoluant sur les océans. Elle occupe actuellement dans l'océan Pacifique une surface dont l'aire est évaluée à plus de 1,6 million de km², entre Hawaï et la Californie.*

En 2017, des scientifiques ont estimé la masse totale de déchets plastiques dans les océans à 300 millions de tonnes et ont prévu une augmentation de 5,4 % par an au cours des prochaines années.

On modélise l'évolution de la masse totale de ces déchets plastiques, si rien n'est fait pour la réduire, par une suite géométrique (u_n) de raison 1,054 et de premier terme $u_0 = 300$. L'arrondi au centième du terme u_n représente la masse totale de ces déchets, exprimée en million de tonnes, pour l'année $(2017 + n)$.

1. Calculer u_1 et u_2 .

— (u_n) est une suite géométrique de premier terme $u_0 = 300$ et de raison 1,054, donc $u_1 = 1,054 \times u_0 = 1,054 \times 300 = 316,2$.

— (u_n) est une suite géométrique de premier terme $u_1 = 316,2$ et de raison 1,054, donc $u_2 = 1,054 \times u_1 = 1,054 \times 316,2 = 333,27$.

2. Exprimer u_n en fonction de n . La suite (u) étant géométrique de premier terme $u_0 = 300$ et de raison 1,054, on a :

$$u_n = u_0 \times q^n$$

$$u_n = 300 \times 1,054^n$$

3. On souhaite déterminer en quelle année la masse totale de ces déchets plastiques aura pour la première fois augmenté de 50 % par rapport à sa valeur de 2017.

(a) Recopier et compléter l'algorithme ci-dessous pour que la variable N contienne la réponse au problème posé.

```
N ← 2017
```

```
U ← 300
```

```
Tant que U < 450
```

```
    N ← N + 1
```

```
    U ← 1,054 × U
```

```
Fin Tant que
```

- (b) *Que contiennent les variables U et N après exécution de cet algorithme ?*

Interpréter les résultats dans le contexte de l'exercice.

Voici les variables au cours de l'exécution de l'algorithme.

	N	U	$u < 450$
Avant la boucle	2017	300	Vrai
1 ^{re} itération	2018	316,2	Vrai
2 ^e itération	2019	333,27	Vrai
3 ^e itération	2020	351,27	Vrai
4 ^e itération	2021	370,24	Vrai
5 ^e itération	2022	390,23	Vrai
6 ^e itération	2023	411,31	Vrai
7 ^e itération	2024	433,52	Vrai
8 ^e itération	2025	456,93	Faux

À la fin de l'algo $N = 2025$, et $U = 456,93$. On remarque que 450 correspond à 300 plus 50% de 300.

Cela signifie qu'en 2025, pour la première fois, la masse totale de ces déchets plastiques aura augmenté de 50%.