Suites arithmétiques — Questions de bac

1. *On suppose que* (u_n) *est une suite arithmétique de terme initial* $u_1 = 5$ *et de raison* $1,8$.

   L'expression de u_n *pour tout entier naturel* n *supérieur ou égal à 1 est :*

   (a) $u_n = 5 + 1,8n$;
   (b) $u_n = 5 \times 1,8^{n-1}$;
   (c) $u_n = 4 + 1,8n$;
   (d) $\boxed{u_n = 3,2 + 1,8n.}$

   Le terme général d'une suite arithmétique est $u_n = u_p + r \times (n - p)$, où p est l'indice du premier terme (ici 1), r est la raison (ici $r = 1,8$), u_p est le premier terme (ici $u_1 = 5$). Donc $u_n = 5 + (n-1) \times 1,8 = 5 + n \times 1,8 - 1 \times 1,8 = 3,2 + 1,8n$.

2. *Une espèce d'oiseaux rares voit sa population diminuer de 3 % chaque année.*

   On recense 300 oiseaux de cette espèce en 2017.

   On modélise le nombre d'oiseaux de cette espèce en l'année 2017 + n par une suite (u_n).

   Ainsi $u_0 = 300$.

   En 2018, la population sera de :

   (a) $\boxed{\text{291 oiseaux ;}}$
   (b) 297 oiseaux ;
   (c) 90 oiseaux ;
   (d) 210 oiseaux.

   Le nombre d'oiseaux baisse de 3% par année, soit un coefficient multiplicateur de $1 - \frac{3}{100} = 0,97$. Il y avait 300 oiseaux en 2017 ; l'année suivante, en 2018, il y en aura $300 \times 0,97 = 291$.

3. *On reprend la suite de la question précédente. La suite* (u_n) *est :*

   (a) arithmétique de raison -9 ;
   (b) arithmétique de raison -3 ;
   (c) arithmétique de raison $-0,03$;
   (d) $\boxed{\text{pas arithmétique.}}$

   Pour passer d'un terme au suivant on n'ajoute pas (ou on ne soustrait pas) toujours la même valeur. En effet, on a $u_0 = 300$ (énoncé de la question précédente) ; $u_1 = 291$ (réponse à la question précédente) ; $u_2 = 0,97 \times u_1 = 0,97 \times 291 = 282,27$. Donc pour passer de u_0 à u_1, on a soustrait 9 ; pour passer de u_1 à u_2, on a soustrait 8,73. Puisqu'on n'a pas soustrait la même chose, la suite n'est pas arithmétique.

4. *Soit* (u_n) *la suite arithmétique de raison 3 et telle que* $u_4 = 81$.
   Le premier terme u_0 *de la suite* (u_n) *est :*
   (a) 1 ;
   (b) 3 ;
   (c) $\boxed{69\,;}$
   (d) 72.

   Méthode 1 La formule $u_n = u_p + r \times (n - p)$ s'applique aussi lorsque n est plus petit que p. Appliquons cette formule en prenant u_p le terme que l'on connait (donc $u_p = u_4 = 81$, et donc $p = 4$, et $r = 3$). Le terme recherché est u_0, donc $n = 0$. Cela donne :

$$\begin{aligned} u_0 &= u_4 + r \times (0 - 4) \\ &= 81 + 3 \times (-4) \\ &= 69 \end{aligned}$$

   Méthode 2 On essaye les différentes valeurs, avec la formule $u_4 = u_0 + n \times 4 = u_0 + 4 \times 3 = u_0 + 12$.
   (a) Si $u_0 = 1$, alors $u_0 + 12 = 1 + 12 = 13 \neq 81$. Faux.
   (b) Si $u_0 = 3$, alors $u_0 + 12 = 3 + 12 = 15 \neq 81$. Faux.
   (c) Si $u_0 = 69$, alors $u_0 + 12 = 69 + 12 = 81 \neq 81$. Vrai.

5. *Soit* (u_n) *la suite arithmétique de premier terme* $u_0 = 5$ *et de raison 7.*
   Le plus petit entier naturel n *tel que* u_n *dépasse 50 est :*
   (a) 2 ;
   (b) 5 ;
   (c) 6 ;
   (d) $\boxed{7.}$

   Avec le tableur ou la calculatrice (ou à la main), on essaye les différentes valeurs.

n	u_n
0	5
1	12
2	19
3	26
4	33
5	40
6	47
7	54