

Entraînement : Sujets de bac

Sujet de bac 1 (D'après le bac STMG Métropole, 11 septembre 2014).

Partie A. On considère la fonction f définie pour tout réel x de l'intervalle $[6; 24]$ par : $f(x) = -x + 40 - \frac{144}{x}$. On note f' la fonction dérivée de f .

- Démontrer que pour tout x de l'intervalle $[6; 24]$, on a : $f'(x) = \frac{144-x^2}{x^2}$.
- (a) Montrer que le tableau de signes de f' sur l'intervalle $[6; 24]$ est :

x	6	12	24
$f'(x)$	+	0	-

(b) Dresser le tableau de variations complet de la fonction f sur l'intervalle $[6; 24]$.

Partie B. Une entreprise produit et commercialise entre 6 et 24 tonnes d'engrais par jour. On admet que toute sa production est vendue.

Le bénéfice total (exprimé en centaines d'euros) réalisé pour une production de x tonnes d'engrais, est modélisé à l'aide de la fonction B définie par : $B(x) = -x^2 + 40x - 144$.

- En étudiant les variations de la fonction B sur l'intervalle $[6; 24]$, déterminer la production permettant de réaliser un bénéfice total maximal. Quel est ce bénéfice total ?
- Le bénéfice unitaire pour une production de x tonnes d'engrais est donné par $\frac{B(x)}{x}$.

Le bénéfice total et le bénéfice unitaire sont-ils maximaux pour la même production d'engrais ? On pourra utiliser les résultats obtenus dans la partie B.

Sujet de bac 2 (D'après le bac STMG Métropole, 15 juin 2016).

Une agence lance une campagne publicitaire sur une durée de 15 semaines, dans une ville donnée, afin de promouvoir une nouvelle marque de boissons gazeuses.

Une étude montre qu'après x semaines de campagne publicitaire, le pourcentage de personnes résidant dans cette ville ayant pris connaissance de la marque est donné par l'expression : $f(x) = \frac{75x}{x+2}$ où x est un réel compris entre 0 et 15.

L'objectif fixé à l'agence par l'entreprise qui produit cette nouvelles marque de boissons est qu'au moins 70 % des habitants de la ville aient pris connaissance de cette marque.

- On note f' la dérivée de f . Montrer que, pour tout réel x de l'intervalle $[0; 15]$, on a : $f'(x) = \frac{150}{(x+2)^2}$.
- En utilisant le signe de sa dérivée, déterminer les variations de f sur l'intervalle $[0; 15]$.
- Après ces 15 semaines de campagne, l'agence demande un délai supplémentaire. Justifier cette demande.
- Combien de semaines supplémentaires seront nécessaires à l'agence pour atteindre l'objectif fixé par l'entreprise ?

Sujet de bac 3 (D'après le bac STMG Polynésie, 12 septembre 2014). Pour une nouvelle mine de plomb, les experts d'une entreprise modélisent le chiffre d'affaires (en milliers d'euros) avec la fonction f définie sur $[0; 2000]$ par $f(x) = \frac{x^2}{x+1000}$ où x désigne la masse de plomb vendue, exprimée en tonnes.

- On note f' la dérivée de f sur $[0; 2000]$, montrer que :

$$f'(x) = \frac{x^2 + 2000x}{(x+1000)^2}$$

- Déterminer le signe de $f'(x)$ sur $[0; 2000]$; en déduire le tableau de variations de f .
- Résoudre l'équation $f(x) = 500$ sur $[0; 2000]$.
- Que signifie ce résultat pour l'entreprise ?