

D'après le Baccalauréat STMG Antilles juin 2016

On s'intéresse à une modélisation de la propagation de l'épidémie de la grippe en France durant l'hiver 2014 — 2015.

Les relevés statistiques, fournis par le réseau Sentinelle, du nombre de cas pour 100 000 habitants sur la période du 29 décembre 2014 au 1^{er} mars 2015 ont permis de mettre en évidence une courbe de tendance, à l'aide d'un tableur.

Soit f la fonction définie, pour tout $x \in [2 ; 10]$, par

$$f(x) = -30x^2 + 360x - 360.$$

On admet que $f(x)$ modélise le nombre de malades déclarés pour 100 000 habitants au bout de x semaines écoulées depuis le début de l'épidémie. On note C sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal.

Partie A

À partir du graphique (à la fin de l'exercice), répondre aux questions suivantes :

1. Selon ce modèle, au bout de combien de semaines le pic de l'épidémie a-t-il été atteint ?
2. Déterminer le nombre de semaines pendant lesquelles le nombre de malades a été supérieur ou égal à 600. On laissera les traits de justification apparents sur le graphique.
3. (a) Montrer que $f(x) \geq 600$ équivaut à $-x^2 + 12x - 32 \geq 0$.
(b) En déduire les solutions sur $[2 ; 10]$ de l'inéquation $f(x) \geq 600$.
(c) Comparer avec le résultat obtenu dans la question 2.

Partie B

1. (a) Calculer $f'(x)$, où f' désigne la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[2 ; 10]$ puis résoudre l'inéquation $f'(x) \geq 0$ sur cet intervalle.

- (b) En déduire le tableau de variations de f sur l'intervalle $[2; 10]$.
2. (a) Calculer le nombre dérivé de f en 3.
(b) Tracer la tangente à C au point d'abscisse 3 dans le repère.
3. On admet que le réel $f'(x)$ représente la vitesse de propagation de l'épidémie au bout de x semaines.
La grippe se propage-t-elle plus vite au bout de 3 semaines ou de 4 semaines ?
Justifier la réponse.

