

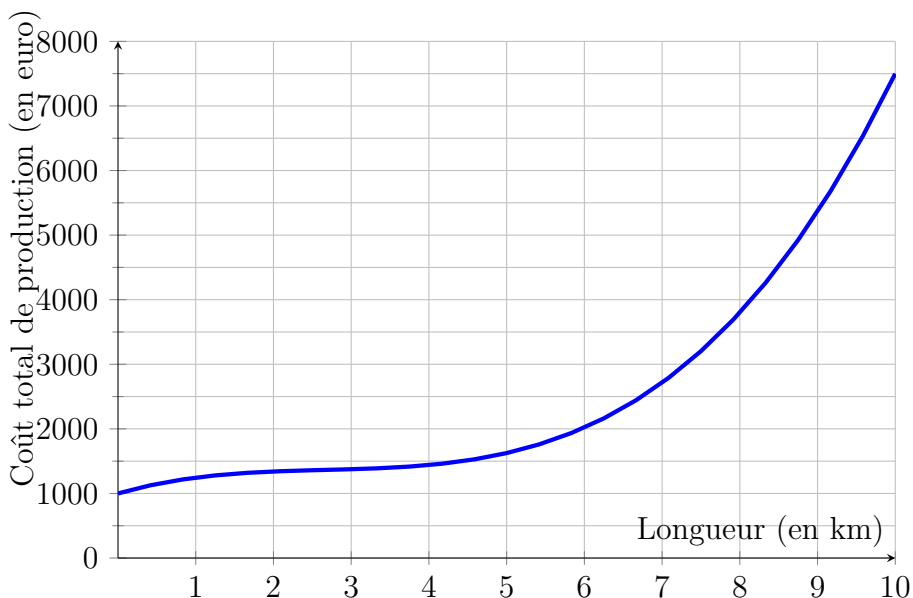
D'après Baccalauréat STMG Métropole 16 juin 2017

Une entreprise produit et vend un tissu en coton de forme rectangulaire de 1 mètre de large ; on note x sa longueur exprimée en kilomètre, x étant un nombre compris entre 0 et 10.

Le coût total de production en euro de ce tissu est donné, en fonction de x , par :

$$C(x) = 15x^3 - 120x^2 + 350x + 1\,000.$$

La courbe de la fonction C est représentée sur le graphique ci-dessous.



Partie A : Étude du coût total

1. Déterminer le montant des coûts fixes.
2. (a) Déterminer, par lecture graphique, le montant du coût total lorsque l'entreprise produit 6 km de tissu.

- (b) Déterminer par un calcul sa valeur exacte.
3. Déterminer graphiquement la longueur, arrondie au kilomètre, de tissu produit lorsque le coût total s'élève à 5 500 €.

Partie B : Étude du bénéfice

Le cours du marché offre un prix de 530 € le kilomètre de tissu fabriqué par l'entreprise.

Pour tout $x \in [0 ; 10]$, on note $R(x)$ la recette et $B(x)$ le bénéfice générés par la production et la vente de x kilomètres de tissu par l'entreprise.

1. Exprimer $R(x)$ en fonction de x .
2. Montrer que pour tout $x \in [0 ; 10]$: $B(x) = -15x^3 + 120x^2 + 180x - 1\,000$.
3. Déterminer $B'(x)$ pour $x \in [0 ; 10]$ où B' désigne la fonction dérivée de B .
4. Étudier le signe de $B'(x)$ et en déduire les variations de la fonction B sur $[0 ; 10]$.
5. (a) Pour quelle longueur de tissu produit et vendu l'entreprise réalise-t-elle un bénéfice maximal ?
(b) Donner alors la valeur de ce bénéfice maximal.