

Sujet 1

Vous disposez de 20 minutes pour préparer les exercices suivants, suivies de 20 minutes d'entretien.

Ce sujet est trop long pour être traité en 20 minutes. Traitez autant d'exercices que vous pouvez (dans l'ordre de votre choix); les autres seront abordés pendant l'entretien.

La calculatrice est autorisée.

Exercice 1. On considère le système suivant.

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 20 \\ 4x + 9y + z = 0 \\ 2x + 2y + 7z = 53 \end{cases}$$

1. Déterminer les matrices A , X et B telles que ce système soit équivalent à $A \times X = B$.
2. Résoudre ce système en utilisant les matrices.

Exercice 2. *Dans cet exercice, toutes les valeurs seront arrondies au dixième.*

On sait que $e^7 \approx 1096,6$ et $e^{10} \approx 22026,5$. Sans utiliser la calculatrice, donner, en justifiant, le nombre de solutions de l'équation $e^x = 1729$ sur l'intervalle $[7; 10]$.

Exercice 3. On considère la suite u définie sur \mathbb{N}^* par : $u_n = 2 \times 0,8^n - 3$. Déterminer le premier terme ainsi que la limite de cette suite.

Exercice 4. Dans le cadre d'une campagne de sensibilisation au tri des ordures ménagères, une enquête a été menée auprès de 1 500 habitants d'une ville, répartis de la manière suivante :

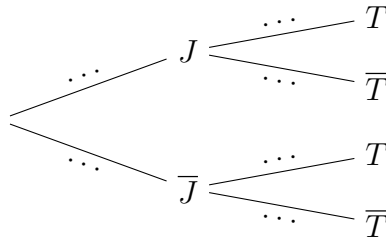
- moins de 35 ans : 25 % ;
- plus de 35 ans : 75 %.

À la question : « Triez-vous le papier ? »,

- 80 % des moins de 35 ans ont répondu « oui »,
- 65 % des personnes âgés de 35 à 50 ans ont répondu « oui »,

On interroge au hasard une personne parmi celles qui ont répondu à cette enquête. On considère les événements suivants :

- J : « la personne interrogée est jeune (a moins de 35 ans) » ;
- T : « la personne interrogée trie le papier ».



Compléter l'arbre de probabilité ci-dessus, puis calculer la probabilité qu'une personne prise au hasard dans la population trie son papier.

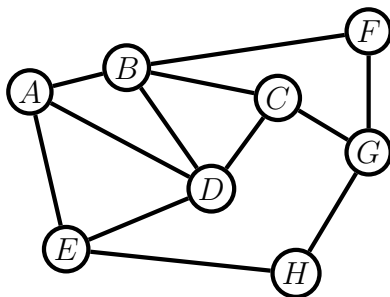
Sujet 2

Vous disposez de 20 minutes pour préparer les exercices suivants, suivies de 20 minutes d'entretien.

Ce sujet est trop long pour être traité en 20 minutes. Traitez autant d'exercices que vous pouvez (dans l'ordre de votre choix); les autres seront abordés pendant l'entretien.

La calculatrice est autorisée.

Exercice 1. Un parcours d'accrobranches est composé d'arbres reliés entre eux par des ponts de singe. Une base de loisir a modélisé son parcours par le graphe suivant, où les sommets représentent les arbres, et les arêtes les ponts de singe.



Est-il possible de faire un parcours passant une et une seule fois par chaque pont de singe ?

- Si oui, donner un exemple d'un tel parcours.
- Si non, quel(s) pont(s) de singe peut-on ajouter pour que cela soit possible ?

Exercice 2. On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f : x \mapsto (3 - x)e^{2x}$$

Montrer que $f'(x) = (5 - 2x)e^{2x}$, puis dresser le tableau de variations de f .

Exercice 3. On considère la suite u définie sur \mathbb{N}^* par :

$$u_n = 3 \times 1,1^n - 1$$

Par la méthode de votre choix, déterminer le plus petit n tel que $u_n \geq 100$.

Exercice 4. Dans le cadre d'une campagne de sensibilisation au tri des ordures ménagères, une enquête a été menée auprès de 1 500 habitants d'une ville, répartis de la manière suivante :

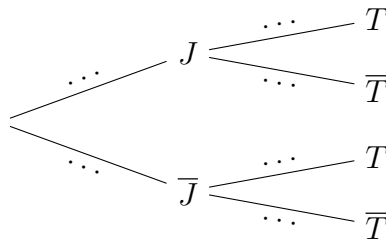
- moins de 35 ans : 25 % ;
- plus de 35 ans : 75 %.

À la question : « Triez-vous le papier ? »,

- 80 % des moins de 35 ans ont répondu « oui »,
- 65 % des personnes âgés de 35 à 50 ans ont répondu « oui »,

On interroge au hasard une personne parmi celles qui ont répondu à cette enquête. On considère les événements suivants :

- J : « la personne interrogée a moins de 35 ans » ;
- T : « la personne interrogée trie le papier ».



Compléter l'arbre de probabilité ci-dessus, puis calculer la probabilité qu'une personne prise au hasard dans la population soit jeune sachant qu'elle trie son papier.

Sujet 3

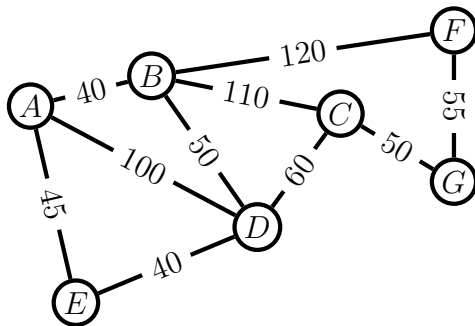
Vous disposez de 20 minutes pour préparer les exercices suivants, suivies de 20 minutes d'entretien.

Ce sujet est trop long pour être traité en 20 minutes. Traitez autant d'exercices que vous pouvez (dans l'ordre de votre choix); les autres seront abordés pendant l'entretien.

La calculatrice est autorisée.

Exercice 1. Le graphe suivant représente le réseau de bus d'une ville : les sommets correspondent aux arrêts de bus, les arêtes aux lignes de bus, et les poids des arêtes au temps, en secondes, nécessaire pour aller d'un arrêt à l'autre.

Quel est le plus court trajet permettant d'aller de l'arrêt A à l'arrêt G ? Justifier votre réponse.



Exercice 2. On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par $f : x \mapsto x(2 + \ln x)$. À l'aide d'un logiciel de calcul formel, on a pu obtenir que sur le même domaine de définition, on a : $f'(x) = \ln x + 3$.

1. Déterminer le signe de f' .
2. Déterminer les coordonnées de l'extrémum de f (arrondir les valeurs au centième).

Exercice 3. On considère la suite u définie sur \mathbb{N}^* , de premier terme $u_1 = 5$ et telle que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on ait :

$$u_{n+1} = 1,5 \times u_n - 2$$

Compléter l'algorithme suivant pour qu'il calcule le plus petit n tel que $u_n \geq 100$.

```
n ← 0
u ← 5
Tant que ...
Faire
    n ← n + 1
    u ← ...
Fin Tant que
Afficher ...
```

Exercice 4.

1. On considère une variable aléatoire X suivant une loi normale d'espérance 201 et d'écart-type 0,8. Calculer $P(198 \leq X \leq 202)$.
2. Dans une scierie, une machine est réglée pour couper des planches de 2 mètres de long. On admet que la taille des planches (en centimètres) à la sortie de cette machine suit une loi normale d'espérance 201 et d'écart-type 0,8.

Les planches de longueur inférieure à 198 centimètres ou supérieure à 202 centimètres ne peuvent pas être vendues.

En une journée, cette machine a coupé 2 453 planches. Combien ne pourront pas être vendues ?

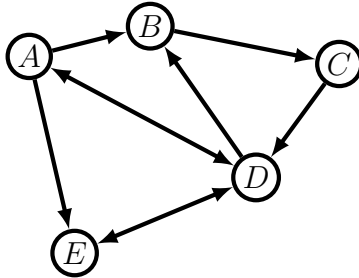
Sujet 4

Vous disposez de 20 minutes pour préparer les exercices suivants, suivies de 20 minutes d'entretien.

Ce sujet est trop long pour être traité en 20 minutes. Traitez autant d'exercices que vous pouvez (dans l'ordre de votre choix); les autres seront abordés pendant l'entretien.

La calculatrice est autorisée.

Exercice 1. On considère le graphe orienté suivant.



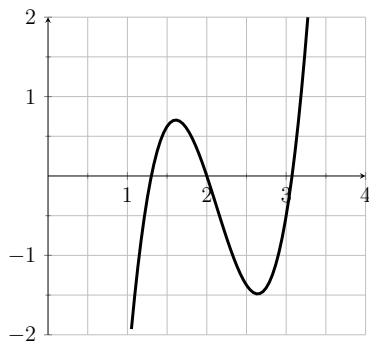
1. Déterminer la matrice d'adjacence M du graphe.
2. Combien de chemins de longueur 4 existe-t-il permettant d'aller du sommet A au sommet D ?

Exercice 2. *Dans cet exercice, on suppose que la population française est composée d'autant de femmes que d'hommes.*

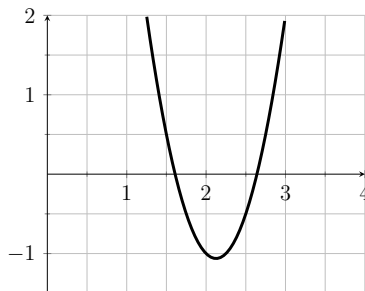
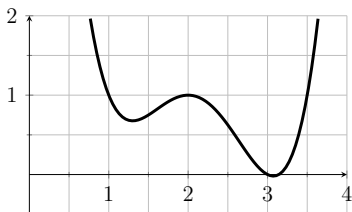
1. On choisit au hasard 577 individus dans la population française. Déterminer un intervalle de fluctuation à 95% de la fréquence de femmes dans cet échantillon.
2. L'Assemblée nationale est actuellement composée de 577 députés, dont 224 femmes, ce qui est inférieur à la moyenne.

Les femmes sont-elles sous-représentées à l'Assemblée nationale ?

Exercice 3. Voici la représentation graphique d'une fonction f .



Parmi les représentations suivantes, déterminer celle de la primitive de f , puis en déduire une valeur approchée de $\int_1^3 f(x)dx$.



Exercice 4. On considère les suites u et v définies sur \mathbb{N} par :

- $u_0 = 2$;
- Pour tout $n \in \mathbb{N} : u_{n+1} = 0,6u_n + 0,2$;
- Pour tout $n \in \mathbb{N} : v_n = u_n - 0,5$.

1. Montrer que la suite v est une suite géométrique.
2. Déterminer son premier terme et sa raison.

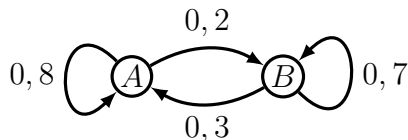
Sujet 5

Vous disposez de 20 minutes pour préparer les exercices suivants, suivies de 20 minutes d'entretien.

Ce sujet est trop long pour être traité en 20 minutes. Traitez autant d'exercices que vous pouvez (dans l'ordre de votre choix); les autres seront abordés pendant l'entretien.

La calculatrice est autorisée.

Exercice 1. En utilisant la méthode de votre choix, déterminer l'état stable du graphe probabiliste suivant.



Exercice 2. On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f : x \mapsto xe^x$.

Montrer que la fonction définie sur \mathbb{R} par $F : x \mapsto (x - 1)e^x$ est une primitive de f , puis calculer $\int_0^9 f(x)dx$. On donnera une valeur exacte, et une valeur arrondie à l'unité.

Exercice 3. On considère la suite u définie sur \mathbb{N}^* par : $u_n = 2 \times 1,2^n - 13$. Déterminer le premier terme ainsi que la limite de cette suite.

Exercice 4. *Dans cet exercice, on suppose que 47,7% de la population française majeure est constituée d'employés et d'ouvriers.*

1. On choisit au hasard 577 individus dans la population française majeure. Déterminer un intervalle de fluctuation à 95% de la fréquence d'employés et d'ouvriers dans cet échantillon.
2. L'Assemblée nationale est actuellement composée de 577 députés, dont 26 employés et ouvriers, ce qui est inférieur à la moyenne.

Les employés et ouvriers sont-elles sous-représentées à l'Assemblée nationale ?

Sujet 6

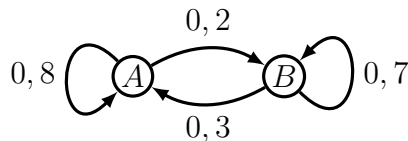
Vous disposez de 20 minutes pour préparer les exercices suivants, suivies de 20 minutes d'entretien.

Ce sujet est trop long pour être traité en 20 minutes. Traitez autant d'exercices que vous pouvez (dans l'ordre de votre choix); les autres seront abordés pendant l'entretien.

La calculatrice est autorisée.

Exercice 1. Un robot-aspirateur est utilisé pour nettoyer deux pièces A et B d'un entrepôt. Toutes les demi-heures, le robot est programmé pour changer de pièce (ou non), en suivant les probabilités représentées sur le graphe suivant. Par exemple, s'il est dans la pièce B , il a une probabilité 0,3 de changer de pièce, et 0,7 de rester dans la pièce B .

À 5h30 du matin, un opérateur met le robot en marche dans la pièce A .



1. Vérifier que l'état $(0,6 \ 0,4)$ est un état stable du graphe.
2. À la fin de la journée, à 19h00, dans quelle pièce est-il plus probable de retrouver le robot ? Justifier.

Exercice 2. *On se place dans un repère orthonormé.*

On considère la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f : x \mapsto e^x + x$.

1. Déterminer une primitive de f .
2. Quelle est la valeur moyenne prise par f entre les abscisses $x = 0$ et $x = 3$ (arrondir le résultat au dixième) ?

Exercice 3. On considère la suite u définie sur \mathbb{N}^* , de premier terme $u_1 = 5$ et telle que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on ait $u_{n+1} = 2,5 \times u_n - 3$.

Compléter l'algorithme suivant pour qu'il calcule le plus petit n tel que $u_n \geq 1000$.

```
n ← 0
u ← 5
Tant que ...
Faire
    n ← n + 1
    u ← ...
Fin Tant que
Afficher ...
```

Exercice 4.

1. On considère une variable aléatoire X suivant une loi normale d'espérance 199 et d'écart-type 0,8. Calculer $P(198 \leq X \leq 202)$.
2. Dans une scierie, une machine est réglée pour couper des planches de 2 mètres de long. On admet que la taille des planches (en centimètres) à la sortie de cette machine suit une loi normale d'espérance 199 et d'écart-type 0,8.

Les planches de longueur inférieure à 198 centimètres ou supérieure à 202 centimètres ne peuvent pas être vendues.

En une journée, cette machine a coupé 2 453 planches. Combien ne pourront pas être vendues ?

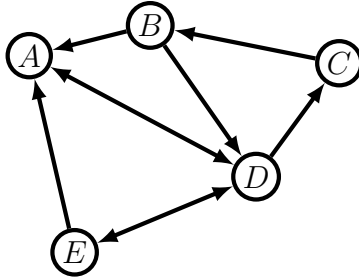
Sujet 7

Vous disposez de 20 minutes pour préparer les exercices suivants, suivies de 20 minutes d'entretien.

Ce sujet est trop long pour être traité en 20 minutes. Traitez autant d'exercices que vous pouvez (dans l'ordre de votre choix); les autres seront abordés pendant l'entretien.

La calculatrice est autorisée.

Exercice 1. On considère le graphe orienté suivant.



1. Déterminer la matrice d'adjacence M du graphe.
2. Combien de chemins de longueur 4 existe-t-il permettant d'aller du sommet A au sommet D ?

Exercice 2. Dans cet exercice, toutes les fonctions sont définies sur \mathbb{R} .

On considère la fonction définie par $f : x \mapsto (x - 1)e^x$. À l'aide d'un logiciel de calcul formel, on a obtenu :

- $f'(x) = xe^x$
- $f''(x) = (x + 1)e^x$

Déterminer les intervalles sur lesquels la fonction est concave ou convexe, ainsi que les coordonnées de ses éventuels points d'inflexion.

Exercice 3. On considère la suite u définie sur \mathbb{N} par :

$$u_n = 1,5 \times 2^n - 1$$

Par la méthode de votre choix, déterminer le plus petit n tel que $u_n \geq 1000$.

Exercice 4. Dans le cadre d'une campagne de sensibilisation au tri des ordures ménagères, une enquête a été menée auprès de 1 500 habitants d'une ville, répartis de la manière suivante :

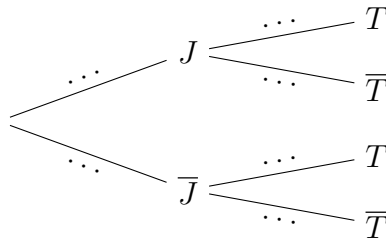
- moins de 35 ans : 25 % ;
- plus de 35 ans : 75 %.

À la question : « Triez-vous le papier ? »,

- 80 % des moins de 35 ans ont répondu « oui »,
- 65 % des personnes âgés de 35 à 50 ans ont répondu « oui »,

On interroge au hasard une personne parmi celles qui ont répondu à cette enquête. On considère les événements suivants :

- J : « la personne interrogée a moins de 35 ans » ;
- T : « la personne interrogée trie le papier ».



Compléter l'arbre de probabilité ci-dessus, puis calculer la probabilité qu'une personne prise au hasard dans la population soit jeune sachant qu'elle trie son papier.