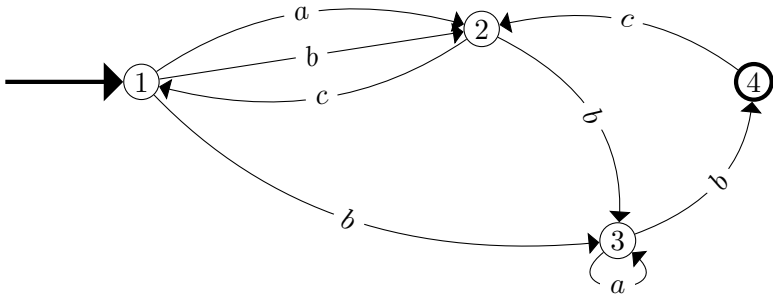


Exercice 1 (D'après le sujet du baccalauréat : Amérique du Nord, mai 2019).
 Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie A

Pour accéder à un local d'une petite entreprise, les employés doivent choisir un code reconnu par l'automate suivant :



Une succession de lettres constitue un code possible si ces lettres se succèdent sur un chemin du graphe orienté ci-dessus, en partant du sommet (1) et en sortant au sommet (4).

Par exemple :

- le mot *bcbab* est un mot reconnu par cet automate, et correspond au chemin 121334 ;
- le mot *abac* n'est pas reconnu par cet automate.

1. Parmi les mots suivants, quels sont ceux qui sont reconnus par cet automate ?

abab, abc, abcbcb.

2. Recopier et compléter la matrice d'adjacence $M = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$

associée au graphe orienté dans laquelle les sommets sont rangés dans l'ordre croissant.

3. Un logiciel de calcul formel donne

$$M^4 = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 10 & 5 \\ 1 & 6 & 7 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad M^5 = \begin{pmatrix} 3 & 15 & 18 & 10 \\ 6 & 6 & 14 & 7 \\ 3 & 4 & 8 & 4 \\ 1 & 6 & 7 & 4 \end{pmatrix}$$

Combien de mots de 4 lettres sont-ils reconnus par l'automate ? Justifier. Quels sont-ils ?

Partie B

Dans le graphe ci-après, on a fait figurer les distances routières, exprimées en kilomètre, entre certaines grandes villes de la région Auvergne-Rhône-Alpes.

A : Aurillac

G : Grenoble

B : Bourg-en-Bresse

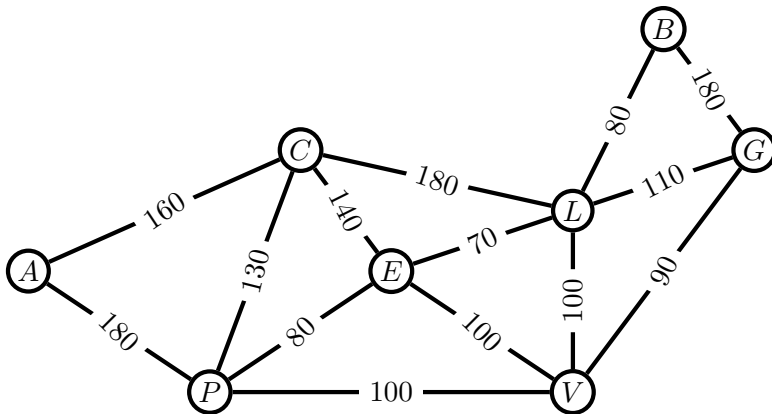
L : Lyon

C : Clermont-Ferrand

P : Le Puy-en-Velay

E : Saint-Étienne

V : Valence



- Un technicien doit vérifier l'état des routes du réseau représenté par le graphe ci-dessus.
 - Peut-il parcourir l'ensemble du réseau en empruntant chaque route une et une seule fois ? Justifier la réponse.
 - Si un tel parcours est possible, préciser par quelle(s) ville(s) de ce réseau routier le technicien doit commencer sa vérification.
- Ayant terminé sa semaine de travail à Bourg-en-Bresse, le technicien souhaite retourner chez lui à Aurillac en faisant le moins de kilomètres possibles.
 - Déterminer, en utilisant l'algorithme de Dijkstra, le plus court chemin entre les villes de Bourg-en-Bresse et Aurillac en empruntant le réseau routier.
 - La route entre Le Puy-en-Velay et Aurillac est fermée à la circulation. Quel chemin doit-il alors emprunter ?