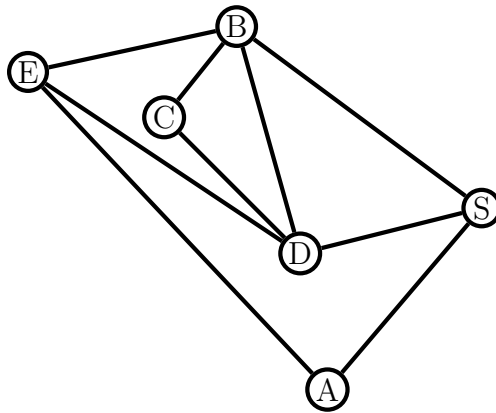


Exercice 1 (D'après le sujet de bac de Nouvelle-Calédonie, 27 novembre 2018).

Naïma fait partie d'une école de musique. En vue du spectacle de fin d'année, elle souhaite déposer à vélo des affiches publicitaires sur les panneaux de sa ville. Les pistes cyclables reliant ces panneaux sont représentées sur le graphe \mathcal{G} ci-contre.



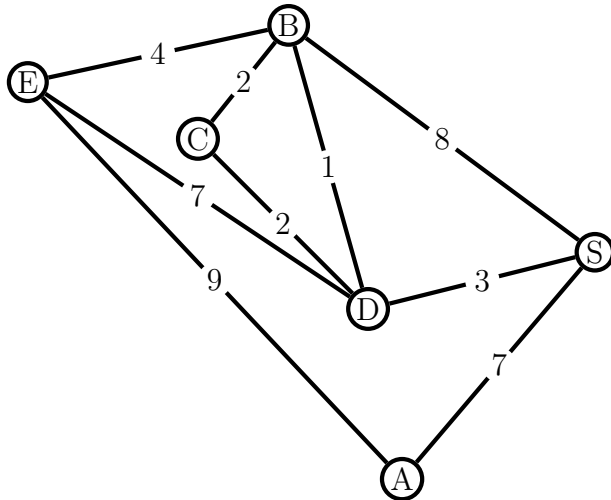
Le sommet E désigne son école de musique, le sommet S la salle de spectacle et les sommets A, B, C, et D les panneaux d'affichage.

1. Déterminer, en justifiant la réponse, si le graphe \mathcal{G} est :
 - (a) complet ;
 - (b) connexe.
2. Naïma pourra-t-elle déposer ses affiches sur tous les panneaux en allant de son école de musique à la salle de spectacle et en empruntant une et une seule fois chaque piste cyclable ?
Justifier la réponse. Si un tel trajet existe, en citer un.
3. Donner la matrice d'adjacence M liée à ce graphe dans laquelle les sommets seront classés dans l'ordre suivant : E, A, B, C, D, S.

4. On donne la matrice incomplète M^2 :

$$M^2 = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 & \dots & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 2 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 4 & 1 & 3 & 1 \\ \dots & 0 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 4 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

- (a) Déterminer les coefficients manquants de la matrice M^2 , en détaillant les calculs.
 - (b) Combien existe-t-il de chemins permettant de se rendre de l'école de musique à la salle de spectacle en empruntant exactement deux pistes cyclables ?
5. Lorsqu'elle a déposé ses affiches, Naïma a relevé le temps de trajet entre chaque panneau d'affichage. Le graphe ci-dessous indique ces durées, exprimées en minutes.



Indiquer, à l'aide d'un algorithme, le chemin permettant à Naïma de se rendre le plus rapidement possible de son école de musique à la salle de spectacle le soir de la représentation.

Donner la durée de ce parcours.