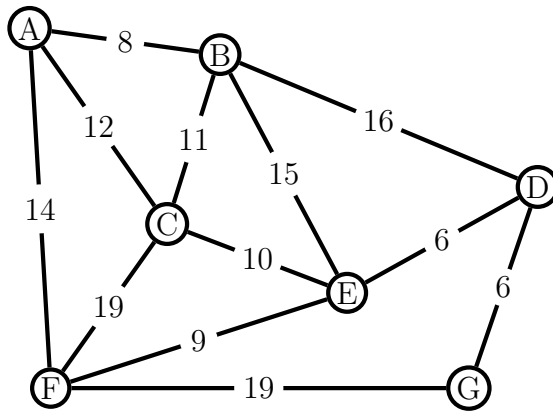


**Exercice 1** (D'après le sujet de bac de Métropole, septembre 2018). *Les parties A et B sont indépendantes.*

**Partie A**

Un investisseur immobilier doit visiter plusieurs biens à vendre dans une ville.

Le graphe ci-contre représente le plan de la ville. Les biens à visiter sont identifiés par les lettres A, B, C, D, E, F et G. Les poids des arêtes sont les durées de parcours, en minute, entre deux biens.



1. (a) Afin de découvrir la ville, l'investisseur souhaite emprunter, une fois et une seule, chacune des rues reliant les biens. Quelles caractéristiques du graphe permettent d'affirmer qu'il existe un tel trajet ?  
 (b) Donner un exemple d'un tel trajet et préciser sa durée en minute.
2. Lorsque l'investisseur immobilier termine ses visites par le bien A, il souhaite revenir au bien G le plus rapidement possible. Déterminer ce plus court chemin à l'aide d'un algorithme. Quelle est sa durée en minute ?

## Partie B

L'investisseur commande une étude sur la population de sa ville qui lui révèle qu'en 2018, 80 % des locataires occupent un studio et 20 % des locataires occupent un T2 (appartement de deux pièces).

Le nombre total de locataires ne varie pas mais chaque année :

- la moitié des locataires en studio le conserve tandis que l'autre moitié change pour un T2 ;
- un quart des locataires en T2 change pour un studio tandis que les autres conservent leur T2.

On considère les événements suivants :

- $S$  : « le locataire occupe un studio » ;
- $T$  : « le locataire occupe un T2 ».

1. Traduire les données de l'énoncé par un graphe probabiliste de sommets S et T.
2. Pour tout entier naturel  $n$ , on note  $s_n$  la proportion de locataires en studio et  $t_n$  la proportion de locataires en T2 l'année 2018 +  $n$ .
  - (a) Donner la matrice de transition associée à ce graphe.
  - (b) Donner l'état initial du graphe.
  - (c) Quel sera le pourcentage, arrondi à 0,1 %, de locataires en studio en 2023 ?