Exercice 1 (D'après le sujet de bac d'Antilles-Guyane, 6 septembre 2018). *Les parties A et B sont indépendantes.*

Partie A

Un laboratoire en botanique étudie l'évolution d'une espèce végétale en fonction du temps. Cette espèce compte initialement 2 centaines d'individus.
Au bout de 2 semaines, l'espèce végétale compte 18 centaines d'individus.
Au bout de 3 semaines, l'espèce végétale prolifère et s'élève à 30,5 centaines d'individus.
Au bout de 10 semaines, on en compte 90 centaines.
On modélise cette évolution par une fonction polynomiale f donnant le nombre d'individus de l'espèce, exprimé en centaine, en fonction du temps écoulé x, exprimé en semaine.
Ainsi $f(2) = 18$; $f(3) = 30,5$ et $f(10) = 90$.
On admet que $f(x)$ peut s'écrire $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, où a, b, c et d, sont des réels.

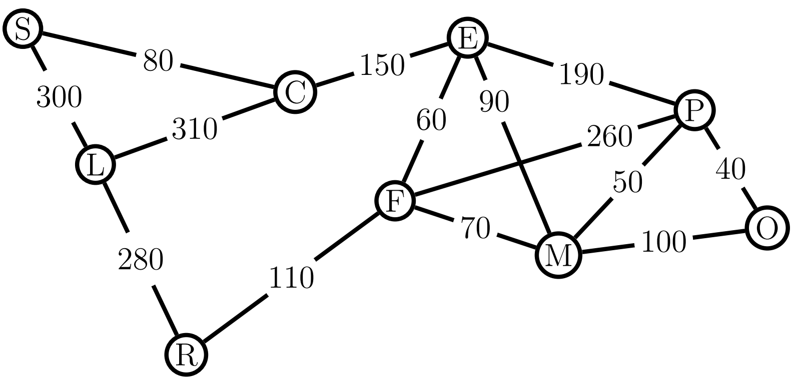
1. Justifier que $d = 2$.
2. Montrer que a, b et c sont solutions du système :

$$\left\{\begin{array}{lcl} 8a + 4b + 2c & = & 16 \\ 27a + 9b + 3c & = & 28,5 \\ 1\,000a + 100b + 10c & = & 88 \end{array}\right.$$

3. Déterminer les matrices A, X et B qui permettent d'écrire le système précédent sous la forme $AX = B$.
4. Résoudre le système.
5. En supposant que l'évolution suit, sur l'intervalle $[0\,;\,13]$, le modèle décrit par la fonction f, déterminer au bout de combien de temps la quantité de l'espèce étudiée sera maximale (arrondir à la semaine près).

Partie B

Le laboratoire en botanique possède un parc d'étude dans lequel est observée l'évolution de différentes espèces d'arbres.
Les agents chargés du nettoyage circulent dans le parc depuis le local technique (L) jusqu'aux différentes parcelles plantées d'arbres : C, E, F, M, O, P, R et S.
Les sommets du graphe ci-dessous représentent les différentes parcelles, et les arêtes marquent les allées permettant de se déplacer dans le parc. Les étiquettes rapportent la distance en mètre entre lesparcelles.



1. (a) Existe-t-il un parcours empruntant toutes les allées, une et une seule fois, en partantdu local technique (L) et en y revenant ? Si oui, donner un tel parcours.
   (b) Existe-t-il un parcours empruntant toutes les allées, une et une seule fois, en partant du local technique (L) et sans nécessairement y revenir ? Si oui, donner un tel parcours.
2. Déterminer un parcours de distance minimale joignant le local technique à la parcelle O.