

Exercice 1 (D'après le sujet de bac du 7 avril 2014, Pondichéry).

Corrigé à l'adresse : https://www.apmep.fr/IMG/pdf/Corrige_Pondichery_ES_avril_2014.pdf.

Deux sociétés, Ultra-eau (U) et Vital-eau (V), se partagent le marché des fontaines d'eau à bonbonnes dans les entreprises d'une grande ville.

Partie B

L'entreprise U fournit ses clients en recharges pour les fontaines à eau et dispose des résultats antérieurs suivants :

Nombre de recharges en milliers	1	3	5
Coût total annuel de production en centaines d'euros	11	27,4	83

Le coût total de production est modélisé par une fonction C définie pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0 ; 10]$ par :

$$C(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 10 \quad a, b \text{ et } c \text{ sont des nombres réels.}$$

Lorsque le nombre x désigne le nombre de milliers de recharges produites, $C(x)$ est le coût total de production en centaines d'euros.

On admet que le triplet (a, b, c) est solution du système (S) .

$$(S) \quad \begin{cases} a + b + c & = 1 \\ 27a + 9b + 3c & = 17,4 \\ 125a + 25b + 5c & = 73 \end{cases} \text{ et on pose } X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}.$$

- Écrire ce système sous la forme $MX = Y$ où M et Y sont des matrices que l'on précisera.
 - On admet que la matrice M est inversible. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, le triplet (a, b, c) solution du système (S) .
- En utilisant cette modélisation, quel serait le coût total annuel de production pour 8 000 recharges d'eau produites ?