

Sinus et Cosinus d'un nombre réel

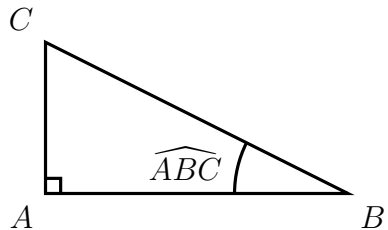
1 Trigonométrie dans un triangle

Propriété (Rappel de collège). Dans un triangle ABC rectangle en A , on a :

$$\sin \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC}$$

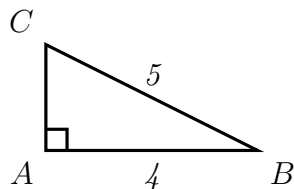
$$\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC}$$

$$\tan \widehat{ABC} = \frac{AC}{AB}$$



Exemple 1. On considère le triangle ci-contre, rectangle en A .

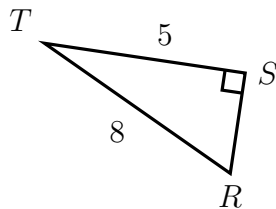
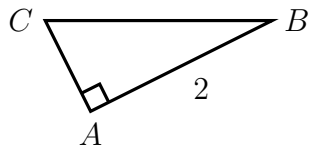
1. Calculer la mesure de l'angle \widehat{ABC} , arrondi au dixième de degré.
2. Calculer la longueur AC , arrondi au dixième (sans utiliser le théorème de Pythagore).



1. On a : $\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC} = \frac{4}{5}$. À la calculatrice, on calcule $\text{acos}(4/5)$ (touches SHIFT COS) et on obtient $\widehat{ABC} \approx 36,9^\circ$.
2. On a : $\sin \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC}$, donc $AC = BC \times \sin \widehat{ABC} = 5 \times \sin 36,9 = 3,0$.

Exercice 1.

1. Le triangle ABC est rectangle en A , dont la mesure de \widehat{ABC} est 34° . Calculer les longueurs des côtés $[AC]$ et $[BC]$ (arrondies au dixième).
2. Le triangle RST est rectangle en S . Calculer une mesure des angles \widehat{STR} et \widehat{SRT} (arrondies au dixième de degré).

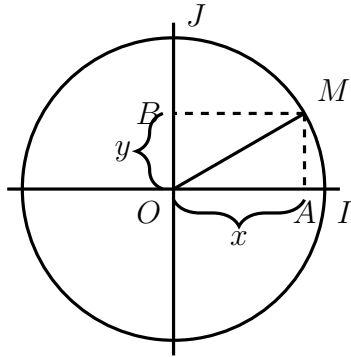


2 Cercle trigonométrique

Définition. Dans un repère orthonormé (O, I, J) , on appelle *cercle trigonométrique* le cercle de centre O et de rayon 1.

Soit $M(x; y)$ un point du cercle trigonométrique, et cherchons à déterminer ses coordonnées (en fonction de la mesure de l'angle \widehat{IOM}).

On place A et B comme sur la figure ci-contre (tels que les angles \widehat{MAO} et \widehat{MBO} soient droits). On remarque que $OA = x$ et $OB = y$.



Abcisse On se place dans le triangle OAM , rectangle en A . On sait que $OM = 1$ (Pourquoi?). On a donc : $\cos \widehat{AOM} = \frac{OA}{OM} = \frac{x}{1} = x$. Donc l'abscisse x de M est égale à $\cos \widehat{AOM}$.

Ordonnées On se place dans le triangle OBM , rectangle en B . On sait que les angles \widehat{OMB} et \widehat{AOM} sont égaux (Pourquoi?). On a donc $\sin \widehat{AOM} = \sin \widehat{OMB} = \frac{OB}{OM} = \frac{y}{1} = y$. Donc l'ordonnée y de M est égale à $\sin \widehat{AOM}$.

Bilan Nous avons montré que les coordonnées du point M sont $\begin{pmatrix} \cos \widehat{AOM} \\ \sin \widehat{AOM} \end{pmatrix}$.

Exemple 2. Le point A est placé sur le cercle trigonométrique tel que la mesure de \widehat{IOA} soit égale à 126° . Déterminer les coordonnées de A (arrondies aux centièmes).

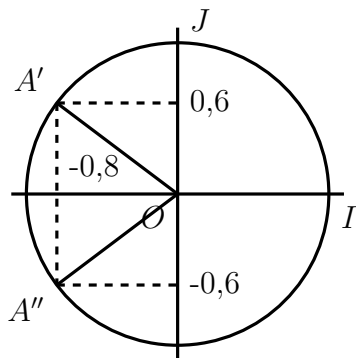
D'après le bilan précédent, ses coordonnées sont $\begin{pmatrix} \cos 126 \\ \sin 126 \end{pmatrix}$, soit $\begin{pmatrix} -0,59 \\ 0,81 \end{pmatrix}$.

Exemple 3. Le point A est sur le cercle trigonométrique, sous l'axe des abscisses, et son abscisse est $-0,8$. Calculer son ordonnée (arrondie au dixième).

Nous savons que l'abscisse de A est $\cos \widehat{IOA}$. D'après l'énoncé, elle est égale à $-0,8$. Donc $\cos \widehat{IOA} = -0,8$, et la calculatrice nous affirme que $\widehat{IOA} \approx 143$, et donc son ordonnée est $\sin \widehat{IOA} = \sin 143 \approx 0,6$.

Mais regardons le cercle ci-dessous : il existe deux points possibles A' et A'' sur le cercle ayant pour abscisse $-0,8$. Celui que nous cherchons est A'' (car il est dit dans l'énoncé que A est en dessous de l'axe des abscisses), alors que la calculatrice nous a donné l'ordonnée de celui de dessus. Puisque ces deux points sont symétriques par rapport à l'axe des abscisses, leurs ordonnées sont opposées, et l'ordonnée de A'' n'est donc pas $0,6$ mais $-0,6$.

Les coordonnées de A sont donc $\begin{pmatrix} -0,8 \\ -0,6 \end{pmatrix}$.



Exercice 2. *Méthode de l'exemple 2.* On considère les points A et B , sur le cercle trigonométrique tels que la mesure de l'angle \widehat{IOA} soit 56° et celle de l'angle \widehat{IOB} soit 302° . Déterminer les coordonnées des points A et B (arrondir au centième).

Exercice 3. *Méthode de l'exemple 3.*

1. On considère un point A sur le cercle trigonométrique, au dessus de l'axe des abscisses, tel que son abscisse soit $0,2$. Calculer son ordonnée (arrondir au dixième).
2. On considère un point B sur le cercle trigonométrique, à gauche de l'axe des ordonnées, tel que son ordonnée soit $0,4$. Calculer son abscisse.