Ce DM est peut-être un peu long. Faites les exercices dans l'ordre de votre choix. Vous pouvez vous arrêter sans le terminer au bout d'une heure de travail.

Culture générale *L'exercice 1 est obligatoire.*

Équations *L'exercice 2 est obligatoire.*

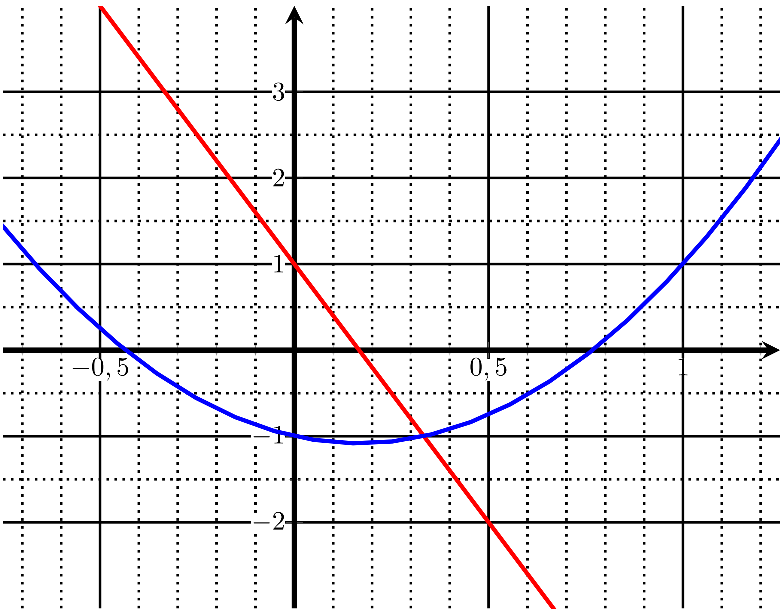
Fonctions paires et impaires *Faites un des deux exercices 3 ou 4 au choix (l'exercice 4 est plus difficile).*

Vecteurs *L'exercice 5 est obligatoire.*

Exercice 1 (Culture générale)**.** Citez un problème ouvert en mathématiques (c'est-à-dire un problème que personne au monde ne sait résoudre).

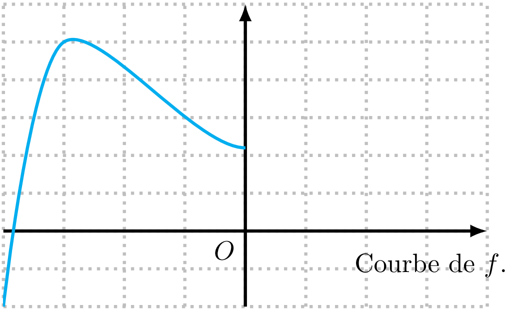
Exercice 2 (Résolution d'équation)**.** On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 3x^2 - x - 1$ et $g(x) = -6x + 1$.
L'objet de l'exercice est de résoudre de deux manières différentes l'équation $f(x) = g(x)$.

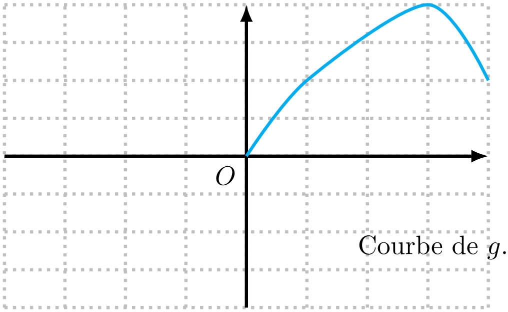
1. *Résolution graphique.* Un élève a tracé sur l'écran de sa calculatrice, ci-dessous, les courbes des fonctions f et g.
   Résolvez l'équation $f(x) = g(x)$ par lecture graphique.



2. *Résolution algébrique (par le calcul)*
   (a) Montrez que l'équation $f(x) = g(x)$ est équivalente à : $(3x - 1)(x + 2) = 0$.
   (b) En déduire les solutions exactes de l'équation $f(x) = g(x)$.
3. Dans ce cas-là, en quoi la résolution par le calcul est-elle meilleure que la résolution graphique ? Donnez deux arguments.

Exercice 3 (Fonctions paires et impaires)**.** Les courbes des fonctions f et g sont partiellement représentées ci-dessous.





1. Complétez la courbe de f, sachant que cette fonction est *paire*.
2. Complétez la courbe de g, sachant que cette fonction est *impaire*.
3. On considère la fonction h, dont on connait ne connaît que le tableau de valeurs ci-dessous. Prouvez que la fonction h n'est ni paire, ni impaire.

x	-4	-2	-1	0	2	4
$h(x)$	3	8	10	-1	8	-6

Exercice 4 (Fonctions paires et impaires)**.** Dans cet exercice, on va prouver la propriété :

> Si une fonction f a sa courbe représentative symétrique par rapport à l'origine, alors elle est impaire.

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$, dont la courbe est symétrique par rapport à l'origine du repère. Soit M un point de la courbe, d'abscisse x, et N son symétrique par rapport à l'origine.
Remarquez bien qu'à ce stade, on ne sait pas encore que la fonction est impaire, donc on ne peut pas utiliser la propriété $f(-x) = -f(x)$: il faudra la prouver.

1. Rappelez les coordonnées de l'origine O du repère.
2. Rappelez pourquoi les coordonnées de M sont $(x; f(x))$.
3. *Les deux questions sont indépendantes.*
   (a) Montrez que les coordonnées de N (symétrique de M par rapport à l'origine O du repère) sont $N(-x; -f(x))$
   (b) Rappelez pourquoi N est sur la courbe de la fonction f, et montrer que les coordonnées de N sont $N(-x; f(-x))$.
4. *Bilan :* En déduire que f est impaire.

Exercice 5 (Vecteurs)**.** *Aucune réponse par lecture graphique ne sera acceptée.*
On considère un parallélogramme $ABCD$, et le point E, image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$.

1. Tracez un parallélogramme $ABCD$ quelconque, et placer le point E.
2. Justifiez, en utilisant une égalité de vecteurs, que $ACEB$ est un parallélogramme.
3. (a) Montrez que $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CE}$.
   (b) Que représente C pour le segment $[DE]$? Justifiez.