Exercice 1 (5 points)**.** *Pour décorer un mariage, un fleuriste doit faire des bouquets avec 60 pivoines et 210 roses.*
Il souhaite que tous ses bouquets soient identiques, et il veut faire le plus de bouquets possibles.

1. *Expliquer pourquoi le nombre de bouquets doit être un diviseur commun à 60 et 210. Pourquoi ce nombre doit-il être le* plus grand *diviseur commun ?*

   Pour calculer le nombre de pivoines par bouquets, on va calculer $\dfrac{60}{\text{Nombre de bouquets}}$, et le résultat doit être un nombre entier. Donc il faut que le nombre de bouquets divise le nombre de pivoines (de même pour le nombre de roses).

   Et puisque l'on veut faire le plus de bouquets possibles, il faut que ce diviseur soit le plus grand possible.

2. *Calculer le PGCD de 60 et 210, en détaillant les calculs.*

   J'utilise l'algorithme d'Euclide (mais vous pouviez aussi décomposer en facteurs premiers).

$$\begin{aligned} 210 &= 60 \times 3 + 30 \\ 60 &= 30 \times 2 + 0 \end{aligned}$$

   Donc le PGCD de 60 et 210 est 30.

3. *Combien le fleuriste va-t-il constituer de bouquets, et de combien de fleurs seront-ils constitués ?* Le fleuriste va donc constituer 30 bouquets, ayant chacun $\frac{60}{30} = 2$ pivoines et $\frac{210}{30} = 7$ roses.

Exercice 2 (2 points)**.** *En détaillant les calculs, simplifier (si possible) la fraction suivante.*

$$A = \frac{1848}{1470}$$

Commençons par calculer le PGCD de 1848 et 1470, en utilisant l'algorithme d'Euclide (vous pouviez aussi utiliser la décomposition en produit de facteurs premiers).

$$1848 = 1470 \times 1 + 378$$
$$1470 = 378 \times 3 + 336$$
$$378 = 336 \times 1 + 42$$
$$336 = 42 \times 8 + 0$$

Donc le PGCD de 1848 et 1470 est 42. Donc :

$$A = \frac{1848}{1470} = \frac{1848 \div 42}{1470 \div 42} = \frac{44}{35}$$

Exercice 3 (7 points)**.** *Une usine fabrique des tasses. Les deux défauts les plus courants observés sont : la tasse est ébréchée ; la peinture est mal appliquée.*
On étudiant un lot de tasses, on a observé que :

- *3% des tasses sont ébréchées ;*
- *5% des tasses sont mal peintes ;*
- *2% des tasses ont les deux défauts.*

1. *Compléter le tableau suivant avec des pourcentages.*
   Les nombres lus dans l'énoncé (ainsi que le 100%) sont en rouge, les autres nombres ont été calculés ensuite.

		Peinture mal appliquée Oui	Peinture mal appliquée Non	**Total**
Ébréchée	Oui	2	1	3
	Non	3	94	97
Total		5	95	100

2. *On choisit une tasse au hasard, et on définit les évènements suivants.*

— *P : « La peinture est mal appliquée. »*
— *E : « La tasse est ébréchée »*

(a) *Quelle est la probabilité qu'une tasse choisie au hasard ait la peinture bien appliquée, mais soit ébréchée ?*

Cette probabilité correspond à la ligne « Ébréchée : Oui » et la colonne « Peinture mal appliquée : Non », c'est-à-dire 1% ou 0,01.

(b) *Décrire par une phrase l'évènement $P \cup E$, puis calculer sa probabilité.*

On peut reformuler cet évènement en « La peinture est mal appliquée, ou la tasse est ébréchée », ou encore « La tasse a au moins un des deux défauts. ». Sa probabilité est (2+1+3)% = 6% = 0,06.

(c) *Décrire par une phrase l'évènement $\overline{P}$, puis calculer sa probabilité.*

On peut reformuler cet évènement en « La peinture n'est pas mal appliquée », ou encore « La peinture est bien appliquée. ». Sa probabilité est 95% ou 0,95.

Exercice 4 (3 points). *On a deux évènements A et B correspondant aux issues d'une expérience aléatoire, et on sait que :*
$P(A) = 0,7$; $P(B) = 0,2$; $P(A \cap B) = 0,1$.

1. *Calculer $P\left(\overline{A}\right)$.*

$$P\left(\overline{A}\right) = 1 - P(A) = 1 - 0,7 = 0,3$$

2. *Calculer $P(A \cup B)$.*

$$P\left(A \cup B\right) = P(A) + P(B) - P\left(A \cap B\right) = 0,7 + 0,2 - 0,1 = 0,8$$

Exercice 5 (3 points). *À la fin d'un jeu d'une kermesse, les participants peuvent gagner : une sucette ; un ballon ; une peluche ; un livre.*
Une personnes joue, et on nomme les évènements suivants :

- *S : « Elle gagne une sucette. »*
- *B : « Elle gagne un ballon. »*
- *P : « Elle gagne une peluche. »*
- *L : « Elle gagne un livre. »*

On souhaite que :

- *la probabilité de gagner un ballon soit égale à celle de gagner une peluche ;*
- *la probabilité de gagner un livre soit 0,06 ;*
- *il y ait dix fois plus de chances de gagner une sucette qu'un livre.*

Compléter la loi de probabilité, en justifiant.

Commençons par rappeler que la somme des quatre probabilités doit être égale à 1.
D'après l'énoncé, la probabilité de gagner un livre est 0,06 : $P(L) = 0,06$.
On sait qu'il y a dix fois plus de chances de gagner une sucette qu'un livre, donc $P(S) = 10 \times P(L) = 10 \times 0,06 = 0,6$.
Puisque la somme des probabilités est égale à 1, on a :

$$\begin{aligned} P(S) + P(B) + P(P) + P(L) &= 1 \\ 0,6 + P(B) + P(P) + 0,06 &= 1 \\ P(B) + P(P) + 0,66 &= 1 \\ P(B) + P(P) &= 1 - 0,66 \\ P(B) + P(P) &= 0,34 \end{aligned}$$

Or on sait aussi que les probabilités de gagner une peluche et un ballon sont égales, donc chacune est égale à la moitié de 0,34 : $P(B) = P(P) = \frac{0,34}{2} = 0,17$.
La loi de probabilité est donc :

Évènement	S	B	P	L
Probabilité	0,6	0,17	0,17	0,06