

**Exercice 1** (Ensembles de nombres). *Les questions sont indépendantes.*

1. Nommer les ensembles  $\mathbb{Z}$  et  $\mathbb{R}$ .
2. Donner un exemple de nombre  $x$  tel que  $x \notin \mathbb{D}$  et  $x \in \mathbb{R}$ .
3. Répondre vrai ou faux, sans justifier. (a)  $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$  (b)  $-7, 8 \in \mathbb{Q}$   
(c)  $-2 \in \mathbb{N}$

**Exercice 2** (Intervalles). On considère les intervalles  $I = [-5; 8]$  et  $J = ]1; +\infty[$ . Si cela est possible, donner un exemple de nombre vérifiant chacune des conditions suivantes.

(a)  $x \in I \cup J$  (b)  $x \notin I \cup J$  (c)  $x \in I \cap J$  (d)  $x \notin I \cap J$

**Exercice 3** (Inéquations). *Les deux questions sont indépendantes.*

1. Résoudre le couple d'inéquations suivantes, et représenter les solutions sous la forme d'un intervalle ou d'une union d'intervalles disjoints :  
 $5x - 3 \geq x + 7$  et  $13 - x > 5$ .
2. Même question avec :  $x + 2 < -x - 8$  ou  $3x - 7 \geq -5x + 1$ .

**Exercice 4** (Union et Intersection). Écrire chacun des ensembles suivants sous la forme d'un seul intervalle (ou  $\emptyset$ ). Il est conseillé de représenter les ensembles sur la droite des réels, mais ce n'est pas obligatoire.

$$A = [-1; 8] \cap ]2; 27[$$

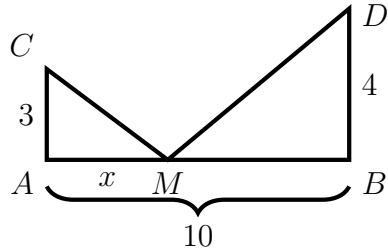
$$C = ]-\infty; 9[ \cap [-8; +\infty[$$

$$B = ]-\infty; 5[ \cup [-2; 8]$$

$$D = ]-\infty; 9[ \cup [-8; +\infty[$$

**Exercice 5** (Modélisation).

Une graphiste réalise un logo constitué de deux triangles rectangles (en  $A$  et  $B$ ) comme illustré sur la figure ci-contre.



Le segment  $[AB]$  est fixe, de longueur 10 cm ; les deux triangles ont pour hauteurs respectives 3 cm et 4 cm. La graphiste n'a pas encore décidé où placer le point  $M$  sur ce segment, mais elle a deux contraintes à respecter :

- l'aire du triangle de gauche doit être supérieure à  $9 \text{ cm}^2$  ;
- l'aire du triangle de droite doit être supérieure à  $10 \text{ cm}^2$ .

On appelle  $x$  la longueur  $AM$ .

1. *Cas particulier.* Dans cette question (et uniquement dans celle-là), on suppose que  $x = 2$ .

- (a) Calculer les aires des triangles  $ACM$  et  $BDM$ .
- (b) Les contraintes sont-elles respectées ?

2. *Cas général.*

- (a) Montrer que les aires des deux triangles sont  $\mathcal{A}_{ACM} = 3x$  et  $\mathcal{A}_{BDM} = 5(10 - x)$ .
- (b) En déduire que les deux contraintes sont équivalentes à  $3x \geq 9$  et  $50 - 5x \geq 10$ .
- (c) Résoudre ces deux inéquations, puis représenter les solutions sur la droite des réelles, et enfin sous la forme d'un intervalle.
- (d) Conclure par une phrase en français (sans notation mathématique) : Où peut être placé le point  $M$  ?