

*L'exercice 1 est optionnel. Faire l'exercices 2. Faire un des deux exercices 3 ou 4 (l'exercice 4 est plus difficile). Faire l'exercice 5.*

**Exercice 1** (Statistiques — Optionnel). Donner une série statistique vérifiant le plus de contraintes possibles parmi :

- la médiane est 12 ;
- le troisième quartile est 15 ;
- la moyenne est 10 ;
- l'étendue est 11.

**Exercice 2** (Linéarité de la moyenne — Obligatoire). *Tous les calculs de cet exercice (y compris les calculs de moyenne) peuvent être faits à la calculatrice, sans justifier.* Lors d'un devoir, un professeur a mis les notes suivantes (sur 20) à ses élèves.

Note	4	6	8	10
Effectif	1	6	4	2

1. Calculer la moyenne à ce devoir.

Le professeur se dit que son sujet était bien trop dur, et il souhaite remonter les notes de ses élèves. Il hésite entre deux méthodes.

2. *Méthode 1.* Le professeur ajoute 4 points à chaque élève.

- (a) Calculer les nouvelles notes obtenues par les élèves.
- (b) Calculer la nouvelle moyenne de sa classe.
- (c) Quelle opération a été effectuée pour passer de l'ancienne moyenne à la nouvelle ?

3. *Méthode 2.* Le professeur multiplie chaque note par 1,5.

- (a) Calculer les nouvelles notes obtenues par les élèves.
- (b) Calculer la nouvelle moyenne de sa classe.
- (c) Quelle opération a été effectuée pour passer de l'ancienne moyenne à la nouvelle ?

4. Compléter les conjectures suivantes (qui s'appliquent à *n'importe quelle* série statistique).
  - (a) Lorsqu'on ajoute le même nombre à toutes les valeurs d'une série statistique, comment varie sa moyenne ?
  - (b) Lorsqu'on multiplie toutes les valeurs d'une série statistique par la même valeur, comment varie sa moyenne ?
5. À votre avis, *sans calculer les nouvelles notes*, quelle serait la nouvelle moyenne si l'on commençait pas multiplier toutes les notes par 1,5, puis qu'on ajoutait 4 points ?

**Exercice 3** (Variations d'une fonction affine — Faire cet exercice ou l'exercice suivant). Le but de l'exercice est d'étudier les variations des fonctions  $f : x \mapsto 3x - 2$  et  $g : x \mapsto -x + 1$ .

1. Rappeler la définition de *fonction croissante* et *fonction décroissante*.
2. Tracer dans un repère orthonormé les courbes de  $f$  et  $g$ , et donner leurs variations par lecture graphique.
3. *Étude de  $f$* . Soient  $a$  et  $b$  deux nombres tels que  $a < b$ .
  - (a) Compléter le raisonnement suivant avec les signes  $<$  ou  $>$ .

$$\begin{array}{l}
 a \dots b \\
 3a \dots 3b \\
 3a - 2 \dots 3b - 2 \\
 f(a) \dots f(b)
 \end{array}$$

- (b) En déduire le sens de variations de  $f$ .
4. *Étude de  $g$* . Soient  $a$  et  $b$  deux nombres tels que  $a < b$ .
  - (a) Compléter le raisonnement suivant avec les signes  $<$  ou  $>$ , et en justifiant le passage à la deuxième ligne.

$$\begin{array}{l}
 a \dots b \\
 -a \dots -b \quad \text{car ...} \\
 -a + 1 \dots -b + 1 \\
 g(a) \dots g(b)
 \end{array}$$

- (b) En déduire le sens de variations de  $g$ .

**Exercice 4** (Variation de la fonction inverse — Faire cet exercice ou l'exercice précédent). Le but de l'exercice est d'étudier les variations de la fonction  $f : x \mapsto \frac{1}{x}$ , définie sur  $\mathbb{R}^*$  (appelée *fonction inverse*).

Nous avons vu dans le cours les variations de la fonction inverse. Nous allons ici prouver cette propriété : donc faites comme si vous ne connaissiez pas cette partie du cours.

1. Rappeler la définition de *fonction croissante* et *fonction décroissante*.
2. *Conjecture*
  - (a) Dans un repère orthonormé, tracer l'allure de la courbe représentative de  $f$  (c'est-à-dire : tracer la *forme* de la courbe, sans respecter précisément les abscisses et les ordonnées).
  - (b) Par lecture graphique, conjecturer les variations de  $f$ .
3. *Travail préliminaire*. Les deux questions sont indépendantes. Soient  $a$  et  $b$  deux nombres de même signe, non nuls, tels que  $a < b$ .
  - (a) Justifier que le produit  $ab$  est strictement positif (rappel :  $a$  et  $b$  sont de même signe).
  - (b) Montrer que  $\frac{1}{b} - \frac{1}{a} = \frac{a-b}{ab}$ .
4. *Démonstration*

Soient  $a$  et  $b$  deux nombres de même signe, non nuls, tels que  $a < b$ . Voici la démonstration de la décroissance de la fonction  $f$ .

Les *calculs* sont complets, mais il manque beaucoup de justifications. Répondre aux questions suivantes pour justifier chaque étape de calcul.

Utilisez les résultats de la question précédente pour répondre à certaines questions !

$$a < b \quad (1)$$

$$a - b < 0 \quad (2)$$

$$\frac{a - b}{ab} < \frac{0}{ab} \quad (3)$$

$$\frac{1}{b} - \frac{1}{a} < 0 \quad (4)$$

$$\frac{1}{b} < \frac{1}{a} \quad (5)$$

$$\frac{1}{a} > \frac{1}{b} \quad (6)$$

- (a) Quelle opération a été faite pour passer de la ligne 1 à la ligne 2 ? Même question pour le passage de la ligne 4 à la ligne 5 ?
- (b) Pour passer de la ligne 2 à la ligne 3, on a divisé par  $ab$ . Pourquoi le sens de l'inégalité n'a-t-il pas changé ?

- (c) Justifier le passage de la ligne 3 à la ligne 4 : pourquoi  $\frac{a-b}{ab} = \frac{1}{b} - \frac{1}{a}$ , et pourquoi  $\frac{0}{ab} = 0$  ?
- (d) Justifier le passage de la ligne 5 à la ligne 6.

5. Conclure en dressant le tableau de variations de  $f$  sur  $\mathbb{R}^*$ .

**Exercice 5** (Exercice libre — Obligatoire). Choisir un exercice sur le site web <http://pyromaths.org>, imprimer l'énoncé (ou me l'envoyer par courriel), résoudre cet exercice, et vérifiez vos résultats avec le corrigé. Rendre l'énoncé avec la copie.

Faites l'exercice sur votre copie, mais je ne le corrigerai pas (sauf si vous le demandez).

Voici des exemples d'exercices pertinents, dans l'onglet « *Seconde* » (mais vous pouvez en choisir d'autres si vous préférez).

- Pour travailler le chapitre qui se termine (Variations de fonctions) :
  - Extrema et Représentation graphique ;
  - Comparer des images à partir du sens de variations ;
  - Sens et Tableau de variations ;
  - Tableau de variations et courbe ;
  - Extrema locaux à partir du tableau de variations.
- Pour réviser les vecteurs (en préparation au prochain chapitre) :
  - Vecteurs.