

Exercice 1 (Échantillonnage). *Au casino, Kenza regarde une partie de roulette. Il y a 37 nombres, dont 18 rouges, 18 noirs, et le zéro (qui n'est ni rouge ni noir). Une bille est lancée dans la roulette, et sélectionne aléatoirement un des 37 nombres. On admet que les probabilités sont les suivantes.*

Nombre ou couleur	Zéro	Rouge	Noir
Probabilité	0,027	0,4865	0,4865

Elle a observé que sur 54 parties, le rouge est tombé 32 fois. Elle se demande si la roulette est faussée (c'est-à-dire que les probabilités données dans le tableau ci-dessus ne sont pas respectées).

On rappelle que si $n \geq 25$ et $p \in [0, 2; 0, 8]$, alors un intervalle de fluctuation à 95 % est donné par la formule $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}}; p + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$, où p est la probabilité d'obtenir un nombre rouge, et n la taille de l'échantillon. On admet que les conditions pour appliquer cet intervalle de fluctuation sont remplies.

1. *On suppose que l'on joue 54 parties sur une roulette bien équilibrée.*
 - (a) *Quelle est la taille de l'échantillon ? Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre rouge ? On joue 54 parties, donc l'échantillon a pour taille 54. La probabilité d'obtenir un nombre rouge est 0,4865 (lue dans le tableau).*
 - (b) *Déterminer un intervalle de fluctuation à 95 % de la proportion de rouges obtenus. Un tel intervalle est :*

$$\begin{aligned} & \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}}; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] \\ & \left[0,4865 - \frac{1}{\sqrt{54}}; 0,4865 + \frac{1}{\sqrt{54}} \right] \\ & [0, 35; 0, 63] \end{aligned}$$

2. *Quelle est la fréquence de rouges obtenus sur les 54 parties observées par Kenza ?* Kenza a observé 32 rouges sur 54 parties, soit une fréquence de $\frac{32}{54} \approx 0,59$.
3. *Peut-on en déduire que la roulette est faussée ?* La fréquence observée appartient à l'intervalle de fluctuation, donc il n'y a pas de raisons de penser que la roulette est faussée.

Exercice 2 (Scierie). *Une scierie produit des planches de bois de 2 m de long, qu'elle vend par lot de 10. Un lot est considéré comme régulier si :*

- sa moyenne est comprise entre 199 et 201 centimètres ;
- son écart-interquartile est inférieur à 4 cm ;

S'il n'est pas régulier, il n'est pas vendu.

Les longueurs d'un lot de planches pris au hasard sont les suivantes (en centimètres) :

209 197 198 200 199 200 203 198 201 203

1. *Calculer la moyenne de la série.* La longueur moyenne est $\bar{x} = \frac{209+197+198+200+199+200+203+198+201+203}{10} = 200,8$ cm.
2. *Déterminer les premier et troisième quartiles de cette série.* Commençons par trier cette série par ordre croissant.

197 198 198 199 200 200 201 203 203 209

La série a dix valeurs, et $\frac{10}{4} = 2,5$, donc le premier quartile est la 3^e valeur, soit 198 cm. De même, $\frac{3 \cdot 10}{4} = 7,5$, donc le troisième quartile est la 8^e valeur, soit 203 cm.

3. *Le lot est-il régulier ?* La moyenne 200,8 cm est comprise entre 199 et 201 centimètres, donc cette condition est remplie. L'écart interquartile est $203 - 198 = 5$ cm, qui est trop grand. Donc le lot n'est pas régulier.

Exercice 3 (Salaires). *On considère la répartition des salaires en France dans le secteur privé et les entreprises publiques, en 2013¹ (pour simplifier l'exercice, on a considéré ici que personne en France ne gagnait plus de 8 000 euros par mois, ce qui est faux).*

1. Source : *Salaires dans le secteur privé et les entreprises publiques*, INSEE.
<https://www.insee.fr/fr/statistiques/1370897>

<i>Salaire</i>	<i>Fréquence (en %)</i>	<i>Fréquence cumulée croissante</i>
[0; 1 200[10	10
[1 200; 1 500[22	32
[1 500; 2 000[29	61
[2 000; 2 500[15,5	76,5
[2 500; 3 000[8	84,5
[3 000; 3 500[5	89,5
[3 500; 4 000[3,5	93
[4 000; 5 000[3,5	96,5
[5 000; 8 000[3,5	100

Lecture : En 2013 en France, 5% des salariés touchaient un salaire compris entre 3 000 et 5 000 euros.

1. *Compléter la colonne des fréquences cumulées croissantes. Voir le tableau.*
2. *Tracer dans le repère ci-dessous le graphique des fréquences cumulées croissantes. Voir le graphique.*
3. *Lire graphiquement la valeur de la médiane, et des premier et troisième quartiles. Voir le graphique pour les traits de construction. La médiane est environ 1 800 euros, le premier quartile est environ 1 400 euros, le troisième quartile est environ 2 500 euros.*
4. *Répondre aux questions suivantes en vous servant du graphique ou de vos réponses à la question précédente.*
 - (a) *Combien (en pourcentage) de salariés en France gagne moins de 2000 euros ?* On lit dans le tableau des fréquences cumulées croissantes 61% pour la classe [1500; 2000], ce qui signifie que 61% des français gagne moins de 2 000 euros par mois.
 - (b) *Est-il correct d'affirmer qu'environ 25% des français gagne plus de 2800 euros ?* Le troisième quartile est 2 500, donc environ 25% des français gagne plus de 2 500 euros, donc l'affirmation est fausse.

