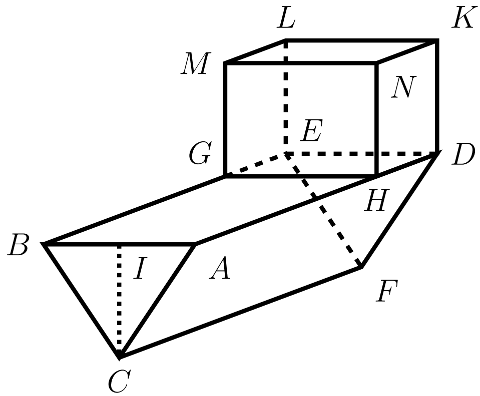
05/12
DS n° 3 C

Géométrie dans l'espace

2nde 12

Exercice 1 (Longueurs et Volumes — 4 points).

Un bâteau en bois pour enfant est modélisé par la figure ci-contre : $ABCDEF$ est un prisme droit dont la base ABC est un triangle équilatéral ; $DEGHKLMN$ est un pavé droit. On connaît les longueurs (en centimètres) $AB = 3$, $AD = 12$, $DH = 3$, $KD = 4$. Le point I est le milieu de $[AB]$. L'objet du problème est de calculer le volume de ce jouet.



Les longueurs et volumes seront arrondis au centième près.
Bien que ce ne soit pas requis, il est recommandé de reporter les longueurs connues sur la figure.

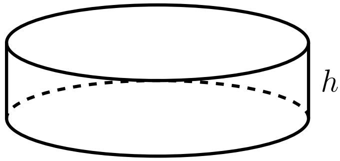
1. Montrer que $IC = 3,35cm$.
2. *Question ouverte. Toute trace de raisonnement, même incomplet, sera valorisée.* Calculer le volume du jouet.

Exercice 2 (Position relative — 2 points). On reprend le solide de l'exercice 1. Répondre aux questions sans justifier.

1. Quelle est la position relative des plans (DFC) et (LMG) ?
2. Donner une droite strictement parallèle à (GH).
3. Donner une droite passant par G et incluse dans le plan (ABD).
4. Quelle est l'intersection des plans (NHD) et (ACF) ?

Exercice 3 (Sablés — 6 points).

Une pâtissière industrielle fabrique des sablés ayant la forme d'un cyclindre de révolution de rayon 38mm et de hauteur 4mm. Elle souhaite produire une petite version de ces sablés, de rayon 28mm, et de volume deux fois plus petit.



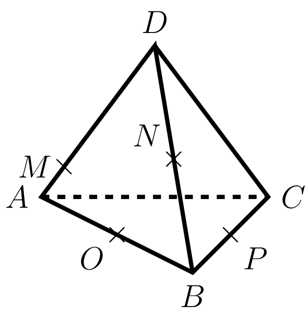
L'objet de l'exercice est de déterminer la hauteur h des nouveaux sablés pour que leur volume soit égal à la moitié des anciens. Les valeurs seront arrondies à l'unité.

1. Montrer que le volume des anciens sablés est $18\,146 mm^3$.
2. Montrer que le volume des nouveaux sablés est $784\pi h$.
3. En déduire la valeur de la hauteur h pour que le volume du nouveau sablé soit égal à la moitié de l'ancien.

Exercice 4 (Section par un plan — 2 points).

On considère le tétraèdre $ABCD$, et les points O, M, N, P des arêtes $[AB]$, $[AD]$, $[BD]$, $[BC]$.

Sans justifier, onstruire la section du tétraèdre par le plan (POM).

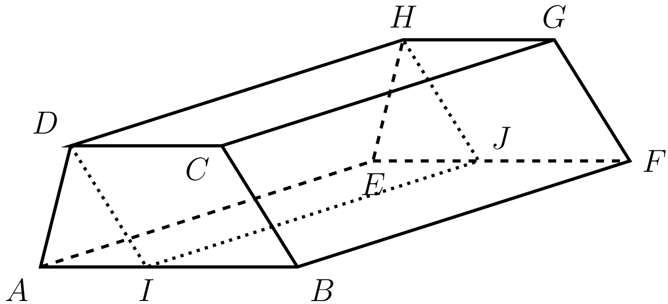


Exercice 5 (Parallélisme dans l'espace — 6 points)**.**

Rappels de cours

1. Si deux droites sont parallèles, toute droite parallèle à l'une est parallèle à l'autre.
2. Une droite parallèle à une autre droite contenue dans un plan est parallèle à ce plan.
3. Si deux plans sont parallèles, tout plan sécant avec l'un est sécant avec l'autre, et les droites d'intersection sont parallèles.
4. Si un plan $\mathcal{P}$ contient deux droites sécantes et parallèles à un plan $\mathcal{P}'$, alors les plans $\mathcal{P}$ et $\mathcal{P}'$ sont parallèles.

On considère le pavé droit $ABCDEFGH$, dont la base $ABCD$ est un trapèze. Le point I est tel que $IB = CD$, et le point J est l'intersection du plan (IDH) et de la droite (EF).
On admet que les hauteurs (AE), (BF), (CG) et (DH) sont parallèles.
L'objet de l'exercice est de montrer que les plans (IDH) et (BCF) sont parallèles.



1. (a) Montrer que les droites (DI) et (BC) sont parallèles.
   (b) En déduire que la droite (DI) est parallèle au plan (BCF).

On admet qu'avec un raisonnement similaire, on peut prouver que la droite (DH) est parallèle au plan (BCF).

2. En déduire que les polans (IDH) et (BCF) sont parallèles.