23/11
DS nº 3 A

Géométrie dans l'espace

$2^{nde}12$

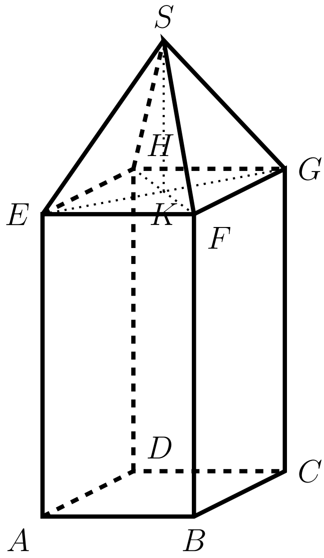
Exercice 1 (Longueurs et Volumes — 6 points)**.**

Le monument historique d'un village est une tour, modélisée par un pavé droit $ABCDEFGH$ à base carrée (de côté 12m et de hauteur 27m), surmonté d'une pyramide régulière $EFGHS$, d'arête $[SG]$ de longueur 14m.

Le point K est le centre du carré $EFGH$, et on admet que le triangle SKE est rectangle en K.

L'objet du problème est de calculer le volume de cette tour.

Les longueurs et volumes seront arrondies au centième près.



Bien que ce ne soit pas requis, il est recommandé de reporter les longueurs connues sur la figure.

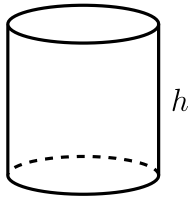
1. Montrer que $EG = 16,97m$.
2. Montrer que $KS = 11,14m$.
3. *Question ouverte. Toute trace de raisonnement, même incomplet, sera valorisée.* Calculer le volume de la tour.

Exercice 2 (Position relative — 2 points)**.** On reprend le solide de l'exercice 1. Répondre aux questions sans justifier.

1. Quelle est la position relative des plans (ABE) et (CDG) ?
2. Donner une droite strictement parallèle à (AD).
3. Donner une droite passant par K et incluse dans le plan (EFH).
4. Quelle est l'intersection des plans (SFG) et (BCG) ?

Exercice 3 (Conserve — 4 points)**.**

Une industrielle conçoit une boîte de conserve de forme cylindrique. Pour que cette boîte puisse être empilée avec les autres boîtes de la même gamme, son rayon doit mesurer 4,2 cm.

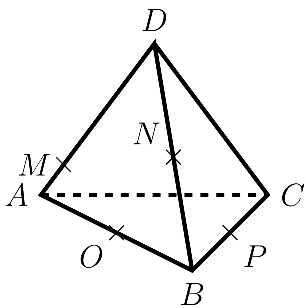


La boîte doit avoir un volume d'un litre (soit 1000 cm^3), et on souhaite connaître sa hauteur h.

1. Montrer que le volume de la boîte est $17,64\pi h$.
2. En déduire la valeur de h pour que le volume de la boîte soit 1000 cm^3 (arrondir le résultat au centième de centimètre).

Exercice 4 (Section par un plan — 2 points)**.**

On considère le tétraèdre $ABCD$, et les points O, M, N, P des arêtes $[AB]$, $[AD]$, $[BD]$, $[BC]$.



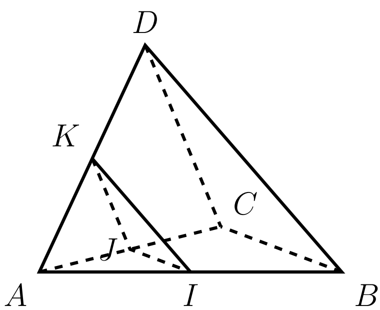
Sans justifier, onstruire la section du tétraèdre par le plan (POM).

Exercice 5 (Parallélisme dans l'espace — 6 points)**.**

Rappels de cours

1. Si deux droites sont parallèles, toute droite parallèle à l'une est parallèle à l'autre.
2. Une droite parallèle à une autre droite contenue dans un plan est parallèle à ce plan.
3. Si deux plans sont parallèles, tout plan sécant avec l'un est sécant avec l'autre, et les droites d'intersection sont parallèles.
4. Si un plan $\mathcal{P}$ contient deux droites sécantes et parallèles à un plan $\mathcal{P}'$, alors les plans $\mathcal{P}$ et $\mathcal{P}'$ sont parallèles.

On considère la pyramide $ABCD$, et les points I, J, K, milieux de $[AB]$, $[AC]$ et $[AD]$. Le but de l'exercice est de montrer que les plans (IJK) et (BCD) sont parallèles.



1. (a) Montrer que les droites (IJ) et (BC) sont parallèles.
   (b) En déduire que la droite (IJ) est parallèle au plan (BCD).

On admet qu'avec le même raisonnement, on peut prouver que la droite (IK) est parallèle au plan (BCD).

2. En déduire que les plans (IJK) et (BCD) sont parallèles.