

Exercice 1 (Échantillonnage — 8 points). *Travaillant dans un laboratoire de contrôle pharmaceutique, vous êtes chargé(e) d'étudier deux traitements A et B, conçus pour guérir une certaine maladie. On sait que pour cette maladie, 23% des malades guérissent spontanément (c'est-à-dire sans médicament) en moins d'une semaine. La question à laquelle vous devez répondre est : Ces médicaments permettent-ils une guérison plus rapide ?*

1. *Testé auprès de 70 personnes, le traitement A en a guéri 27 en moins d'une semaine.*

On a testé l'échantillon auprès de 70 personnes, donc la taille de l'échantillon est 70. Sur ces 70 personnes, 27 ont guéri en moins d'une semaine, soit $\frac{27}{70} \approx 39\%$.

- (a) *Quel était la taille de l'échantillon ? Quelle proportion de l'échantillon a guéri en moins d'une semaine ?*

On rappelle que si $n \geq 25$ et $p \in [0, 2; 0, 8]$, alors un intervalle de confiance à 95 % est donné par la formule $\left[f - \frac{1}{\sqrt{n}}; f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$, où f est la proportion des individus de l'échantillon ayant guéri en moins d'une semaine, et n la taille de l'échantillon. On admet que les conditions pour appliquer cet intervalle de confiance sont remplies.

- (b) *Déterminer un intervalle de confiance à 95 % de la proportion d'individus guérissant en moins d'une semaine avec le médicament A.*

Un tel intervalle est $\left[0, 39 - \frac{1}{\sqrt{70}}; 0, 39 + \frac{1}{\sqrt{70}} \right]$, soit, en arrondissant la borne inférieure par défaut et la supérieure par excès, environ $[0, 27; 0, 51]$.

(c) *Pouvez-vous affirmer que ce médicament accélère le temps de guérison ? Justifier.*

On peut affirmer, avec moins de 5 % de chances d'erreur, qu'entre 27 et 51 % des malades guérissent en moins d'une semaine. Sans médicament, seuls 23 % des malades guérissent en moins d'une semaine. Il y a donc de fortes chances que ce médicament accélère la guérison.

2. *Un intervalle de confiance à 95 % de la proportion d'individus guérissant en moins d'une semaine avec le traitement B est $[0, 20; 0, 37]$. Pouvez-vous affirmer que ce traitement accélère la guérison ? Justifier.*

On peut affirmer, avec une probabilité d'erreur inférieure à 5 %, qu'entre 20 et 37 % des malades guérissent en moins d'une semaine avec le médicament B . Or, sans médicaments, 23 % des malades guérissent en moins d'une semaine. Il n'y a donc aucune raison d'affirmer que le médicament B accélère la guérison.

Exercice 2 (Espérances de vies — 8 points). *L'espérance de vie à la naissance des populations des 192 pays du monde a été résumée dans le tableau ci-dessous*¹.

<i>Espérance de vie</i>	<i>Pourcentage de pays</i>	<i>Fréquences cumulées croissantes</i>
[40; 50[3	3 %
[50; 60[14	17 %
[60; 70[18	35 %
[70; 80[49	84 %
[80; 90[16	100 %

Ce tableau se lit comme (par exemple) : « 14 % des pays du monde ont une espérance de vie comprise entre 50 et 60 ans. »

1. *Compléter la colonne des fréquences cumulées croissantes.*

Voir le tableau.

2. *Dans quelles classes se situent la médiane et les premier et troisième quartiles ?*

— La classe médiane est la classe contenant 50 %, soit la classe [70; 80[.

— La classe contenant le premier quartile est celle contenant 25 %, soit la classe [60; 70[.

— La classe contenant le troisième quartile est celle contenant 75 %, soit la classe [70; 80[.

3. *Répondre aux questions suivantes en vous servant du tableau ou de vos réponses aux questions précédentes.*

1. Source : http://fr.wikipedia.org/wiki/Liste_des_pays_par_espérance_de_vie.

- (a) *L'espérance de vie à la naissance en Inde est 65 ans. L'Inde fait-elle partie de la moitié des pays qui ont l'espérance de vie la plus haute ?*

Puisque la médiane est dans la classe $[70; 80[$, l'Inde ne fait pas partie de la moitié des pays qui ont l'espérance la plus haute.

- (b) *L'espérance de vie au Portugal est 80 ans. Quel pourcentage des pays du monde ont une espérance de vie plus élevée ?*

Les pays qui ont une espérance de vie plus élevée sont ceux de la classe $[80; 90[$, soit 16 %.

Exercice 3 (Scierie — 4 points). *Une scierie produit des planches de bois de 2 m de long, qu'elle vend par lot de 10. Un lot est considéré comme régulier si son écart-interquartile est inférieur à 4 mm ; s'il n'est pas régulier, il n'est pas vendu.*

Les longueurs d'un lot de planches pris au hasard sont les suivantes (en centimètres) :

208 196 197 199 198 199 202 197 200 202

1. *Déterminer les premier et troisième quartiles de cette série.*

La première étape est de trier les valeurs par ordre croissant.

196 197 197 198 199 199 200 202 202 208

Il y a dix valeurs.

On calcule le rang du premier quartile : $\frac{10}{4} = 2,5$, donc le premier quartile est la 3^e valeur, soit 197 cm.

On calcule le rang du troisième quartile : $3 \times \frac{10}{4} = 7,5$, donc le troisième quartile est la 8^e valeur, soit 202 cm.

2. *Le lot est-il régulier ?*

L'écart interquartile est $202 - 197 = 5$ cm, qui est supérieur 4 cm. Donc le lot n'est pas régulier.