

Exercice 1 (Échantillonnage — 8 points). *Travaillant dans un laboratoire de contrôle pharmaceutique, vous êtes chargé(e) d'étudier deux traitements A et B, conçus pour guérir une certaine maladie. On sait que pour cette maladie, 32% des malades guérissent spontanément (c'est-à-dire sans médicament) en moins d'une semaine. La question à laquelle vous devez répondre est : Ces médicaments permettent-ils une guérison plus rapide ?*

1. *Testé auprès de 80 personnes, le traitement A en a guéri 39 en moins d'une semaine.*

(a) *Quel était la taille de l'échantillon ? Quelle proportion de l'échantillon a guéri en moins d'une semaine ?*

On a testé l'échantillon auprès de 80 personnes, donc la taille de l'échantillon est 80. Sur ces 80 personnes, 39 ont guéri en moins d'une semaine, soit $\frac{39}{80} \approx 48,8\%$.

On rappelle que si $n \geq 25$ et $p \in [0, 2; 0, 8]$, alors un intervalle de confiance à 95 % est donné par la formule $\left[f - \frac{1}{\sqrt{n}}; f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$, où f est la proportion des individus de l'échantillon ayant guéri en moins d'une semaine, et n la taille de l'échantillon. On admet que les conditions pour appliquer cet intervalle de confiance sont remplies.

(b) *Déterminer un intervalle de confiance à 95 % de la proportion d'individus guérissant en moins d'une semaine avec le médicament A.*

Un tel intervalle est $\left[0,488 - \frac{1}{\sqrt{80}}; 0,488 + \frac{1}{\sqrt{80}} \right]$, soit, en arrondissant la borne inférieure par défaut et la supérieure par excès, environ $[0,37; 0,60]$.

(c) *Pouvez-vous affirmer que ce médicament accélère le temps de guérison ? Justifier.*

On peut affirmer, avec moins de 5 % de chances d'erreur, qu'entre 37 et 60 % des malades guérissent en

moins d'une semaine. Sans médicament, seuls 32 % des malades guérissent en moins d'une semaine. Il y a donc de fortes chances que ce médicament accélère la guérison.

2. *Un intervalle de confiance à 95 % de la proportion d'individus guérissant en moins d'une semaine avec le traitement B est $[0,27; 0,41]$. Pouvez-vous affirmer que ce traitement accélère la guérison ? Justifier.*

On peut affirmer, avec une probabilité d'erreur inférieure à 5 %, qu'entre 27 et 41 % des malades guérissent en moins d'une semaine avec le médicament B . Or, sans médicaments, 32 % des malades guérissent en moins d'une semaine. Il n'y a donc aucune raison d'affirmer que le médicament B accélère la guérison.

Exercice 2 (Scierie — 4 points). Une scierie produit des planches de bois de 2 m de long, qu'elle vend par lot de 10. Un lot est considéré comme régulier si son écart-interquartile est inférieur à 4 cm ; s'il n'est pas régulier, il n'est pas vendu.

Les longueurs d'un lot de planches pris au hasard sont les suivantes (en centimètres) :

209 197 198 200 199 200 203 198 201 203

1. Déterminer les premier et troisième quartiles de cette série.

La première étape est de trier les valeurs par ordre croissant.

197 198 198 199 200 200 201 203 203 209

Il y a dix valeurs.

On calcule le rang du premier quartile : $\frac{10}{4} = 2,5$, donc le premier quartile est la 3^e valeur, soit 198 cm.

On calcule le rang du troisième quartile : $3 \times \frac{10}{4} = 7,5$, donc le troisième quartile est la 8^e valeur, soit 203 cm.

2. Le lot est-il régulier ?

L'écart interquartile est $203 - 198 = 5$ cm, qui est supérieur 4 cm. Donc le lot n'est pas régulier.

Exercice 3 (Espérances de vies — 8 points). L'espérance de vie à la naissance des populations des 192 pays du monde a été résumée dans le tableau ci-dessous¹.

Espérance de vie	Pourcentage de pays	Fréquences cumulées croissantes
[40; 50[3	3 %
[50; 60[14	17 %
[60; 70[18	35 %
[70; 80[49	84 %
[80; 90[16	100 %

1. Source : http://fr.wikipedia.org/wiki/Liste_des_pays_par_espérance_de_vie.

Ce tableau se lit comme (par exemple) : « 14 % des pays du monde ont une espérance de vie comprise entre 50 et 60 ans. »

1. *Compléter la colonne des fréquences cumulées croissantes.*

Voir le tableau.

2. *Dans quelles classes se situent la médiane et les premier et troisième quartiles ?*

— La classe médiane est la classe contenant 50 %, soit la classe $[70; 80[$.

— La classe contenant le premier quartile est celle contenant 25 %, soit la classe $[60; 70[$.

— La classe contenant le troisième quartile est celle contenant 75 %, soit la classe $[70; 80[$.

3. *Répondre aux questions suivantes en vous servant du tableau ou de vos réponses aux questions précédentes.*

- (a) *L'espérance de vie à la naissance en France est 82 ans. La France fait-elle partie de la moitié des pays qui ont l'espérance de vie la plus haute ?*

Puisque la médiane est dans la classe $[70; 80[$, la France fait partie de la moitié des pays qui ont l'espérance la plus haute.

- (b) *L'espérance de vie en Russie est 70 ans. Quel pourcentage des pays du monde ont une espérance de vie plus élevée ?*

Les pays qui ont une espérance de vie plus élevée sont ceux des classes $[70; 80[$ et $[80; 90[$, soit 65 %.