06/12/15
DS 3 — B

Espace Fonctions

$2^{de}10$

Exercice 1 (Images et Antécédents — 7 points)**.** *Soit la fonction g, définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 2x - 3$.*

1. *Calculer $g(6)$.*

$$g(6) = 2 \times 6 - 3 = 9$$

2. *Calculer l'image de 0 par g.*

$$g(0) = 2 \times 0 - 3 = -3$$

3. *Déterminer un antécédent de 1 par g.* On cherche x tel que :

$$\begin{aligned} g(x) &= 1 \\ 2x - 3 &= 1 \\ 2x &= 4 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

Donc l'unique antécédent de 1 par g est 2.

4. *Résoudre $g(x) = 5$.*

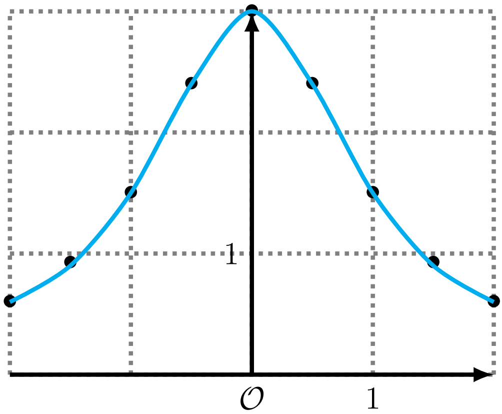
$$\begin{aligned} g(x) &= 5 \\ 2x - 3 &= 5 \\ 2x &= 8 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

Exercice 2 (Représentation graphique — 3 points)**.** *On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{3}{x^2+1}$.*

1. *Compléter le tableau de valeurs suivant. Arrondir les valeurs au dixième.*

x	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2
$f(x)$	0,6	0,9	1,5	2,4	3,0	2,4	1,5	0,9	0,6

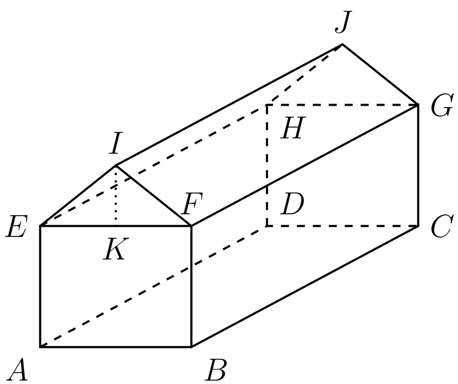
2. *Tracer la représentation graphique de la fonction f sur l'intervalle $[-2;2]$. On prendra comme échelle :* une unité = quatre carreaux.



Exercice 3 (Position relative — 3 points)**.** *On reprend le solide de l'exercice 4. Répondre aux questions sans justifier.*

1. *Donner une droite incluse dans le plan* (EFH)*.* Les droites (EH), (FG), (EF), (HG), (EG) (parmi d'autres) sont incluses dans le plan (EFH).
2. *Donner une droite strictement parallèle à* (EH)*.* Les droites (FG), (BC), (AD) (parmi d'autres) sont strictement parallèles (EH).
3. *Donner une droite sécante avec* (DH)*.* Les droites (HG), (EH), (JH) (parmi d'autres) sont sécantes avec (DH).
4. *Quelle est l'intersection des plans* (EIB) *et* (BCF) *?* L'intersection est la droite (BF).
5. *Quelle est la position relative des plans* (ABE) *et* (CDG) *?* Les deux plans sont strictement parallèles.

Exercice 4 (Longueurs et Volumes — 6 points)**.** *On considère une petite maison d'enfant en bois, représentée ci-dessous en perspective cavalière. La figure n'est pas à l'échelle.*



Dans ce solide, $ABCDEFGH$ *est un pavé droit, et* $EIFHJG$ *est un prisme droit à base triangulaire.*

On connaît les mesures suivantes (en centimètres) : $AB = 6$, $AE = 4$, $BC = 10$, et le triangle EIF est isocèle, avec $EI = IF = 5$. On appelle $[KI]$ la hauteur du triangle EFI issue de I.

1. *Quelle est la longueur de $[EK]$?* Puisque EFI est un triangle isocèle en I, la hauteur $[KI]$ est aussi une médiane. Donc K est le milieu de $[EF]$, et $EK = \frac{EF}{2} = \frac{6}{2} = 3$.
2. *Prouver que $KI = 4$ cm.* Puisque $[IK]$ est une hauteur, le triangle EIK est rectangle en K. Donc on peut appliquer le théorème de Pythagore, et :

$$\begin{aligned} IE^2 &= IK^2 + KE^2 \\ 5^2 &= IK^2 + 3^2 \\ 25 &= IK^2 + 9 \\ 16 &= IK^2 \\ 4 &= IK \end{aligned}$$

3. *Calculer le volume du solide.* Il y a plusieurs manières de résoudre cela ; en voici l'une d'entre elles.

   Le solide est composé de deux solides : un pavé droit et un prisme droit à base triangulaire.

   Le volume du pavé droit est le produit des longueurs, soit $AB \times EA \times BC = 6 \times 4 \times 10 = 240\ cm^3$.

   Le volume du prisme est égal à l'aire de la base fois la hauteur, soit $\mathcal{A}_{base} \times hauteur = \frac{EF \times IK}{2} \times FG = \frac{6 \times 4}{2} \times 10 = 120\ cm^3$.

   Donc le volume total est la somme des deux volumes, soit $240 + 120 = 360\ cm^3$.