09/11/15
DS 2 — B

Équations Inéquations

2de10

Exercice 1 (Équations — 4 points)**.**

(a) *Résoudre* $(x+5)(3-2x)=0$. C'est une équation produit, donc :

$$\begin{array}{rlcrl} x+5 & =0 & \text{ou} & 3-2x = & 0 \\ x & =-5 & \text{ou} & -2x = & -3 \\ & & & x = & \frac{3}{2} \end{array}$$

Il y a donc deux solutions $\frac{3}{2}$ et -5.

(b) *Résoudre* $9x^2+6x+1=0$. On reconnait une identité remarquable : $9x^2+6x+1=(3x+1)^2$. Donc l'équation revient à résoudre $(3x+1)^2=0$, c'est-à-dire $3x+1=0$. Donc :

$$\begin{aligned} 3x+1 &= 0 \\ 3x &= -1 \\ x &= -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

Il y a donc une seule solution $-\frac{1}{3}$.

Exercice 2 (Inéquations et Intervalles — 8 points)**.**

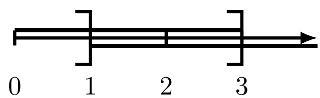
1. *Résoudre* $1-x \geqslant 3x-2$*, et représenter le résultat sous la forme d'un intervalle.*

$$\begin{aligned} 1-x &\geqslant 3x-2 \\ -x-3x &\geqslant -2-1 \\ -4x &\geqslant -3 \\ x &\leqslant \frac{-3}{-4} \\ x &\leqslant \frac{3}{4} \end{aligned}$$

Donc $x \in \left]-\infty; \frac{3}{4}\right]$.

2. *Résoudre le couple d'inéquations suivantes, et représenter le résultat sur la droite des réels, puis sous forme d'intervalle :* $2x-2 \leqslant 4$ *et* $1-x<0$. On commence par résoudre séparément chacune des deux inéquations.

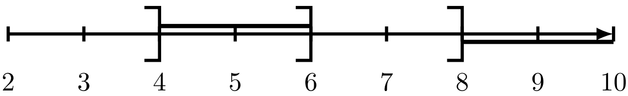
$$\begin{array}{rlcrl} 2x-2 & \leqslant 4 & \text{et} & 1-x & <0 \\ 2x & \leqslant 6 & \text{et} & -x & <-1 \\ x & \leqslant 3 & \text{et} & x & >1 \end{array}$$



Puisqu'on veut les solutions qui vérifient les deux équations (« *et* »), on s'intéresse aux solutions qui sont sur les deux intervalles, donc $x \in]1;3]$.

3. *On considère l'ensemble* $A =]4;6] \cup]8;+\infty[$.

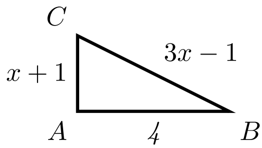
   (a) *Représenter* A *sur la droite des réels.*



   (b) *Parmi les nombres suivants, lesquels appartiennent à* A *: -2, 6, 7, 10 ?*
   En regardant sur le graphique, on voit que : 6 et 10 sont dans A.

Exercice 3 (Triangle rectangle — 8 points)**.**

On considère le triangle suivant, où x *est variable. Les longueurs sont données en centimètres. L'objet de l'exercice est de savoir pour quelles valeurs de* x *le triangle* ABC *est rectangle en* A.



1. *Montrer que le triangle est rectangle en* A *si et seulement si :* $8x^2-8x-16=0$.
   D'après le théorème de Pythagore, ABC est rectangle en A si et seulement si $BC^2 = AC^2 + AB^2$, c'est-à-dire :

$$\begin{aligned}(3x-1)^2 &= (x+1)^2 + 4^2\\ 9x^2-6x+1 &= x^2+2x+1+16\\ 8x^2-8x-16 &= 0\end{aligned}$$

2. *Montrer que* $8(x+1)(x-2) = 8x^2-8x-16$. On développe le membre de gauche.

$$\begin{aligned}8(x+1)(x-2) &= 8\left(x\times x + x\times(-2) + 1\times x + 1\times(-2)\right)\\ &= 8\left(x^2-2x+x-2\right)\\ &= 8\left(x^2-x-2\right)\\ &= 8x^2-8x-16\end{aligned}$$

3. *Résoudre* $8(x+1)(x-2)=0$. C'est une équation produit.

$$\begin{array}{rlcrl} x+1 = & 0 & \text{ou} & x-2 = & 0\\ x = & -1 & \text{ou} & x = & 2\end{array}$$

   Il y a deux solutions $x=-1$ ou $x=2$.

4. *En déduire les valeurs de* x *pour lesquelles le triangle* ABC *est rectangle en* A*. Quelles sont alors les dimensions du triangle ?* Le triangle est donc

rectangle si $x = -1$ ou $x = 2$. Mais si $x = -1$, alors la longueur BC vaut $-3+1 = -2$, ce qui est impossible (une longueur est toujours positive). Donc seule la solution $x = 2$ est acceptée. Les longueurs du triangles sont alors $AB = 4$, $AC = 3$, $BC = 5$.