09/11/15
DS 2 — A

Équations Inéquations

2^{de}10

Exercice 1 (Inéquations et Intervalles — 8 points)**.**

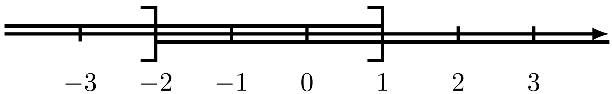
1. *Résoudre* $3x-2 \geqslant 1-x$*, et représenter le résultat sous la forme d'un intervalle.*

$$\begin{aligned} 3x-2 &\geqslant 1-x \\ 3x+x &\geqslant 1+2 \\ 4x &\geqslant 3 \\ x &\geqslant \frac{3}{4} \end{aligned}$$

Donc $x \in \left[\frac{3}{4};+\infty\right[$.

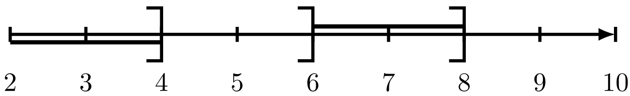
2. *Résoudre le couple d'inéquations suivantes, et représenter le résultat sur la droite des réels, puis sous forme d'intervalle :* $2x-2 \leqslant 0$ *et* $1-x<3$. On commence par résoudre séparément chacune des deux inéquations.

$$\begin{array}{rlcrl} 2x-2 & \leqslant 0 & \text{et} & 1-x & <3 \\ 2x & \leqslant 2 & \text{et} & -x & <2 \\ x & \leqslant 1 & \text{et} & x & >-2 \end{array}$$



Puisqu'on veut les solutions qui vérifient les deux équations (*« et »*), on s'intéresse aux solutions qui sont sur les deux intervalles, donc $x \in \left]-2;1\right]$.

3. *On considère l'ensemble* $A = \left]-\infty;4\right] \cup \left]6;8\right]$.
   (a) *Représenter* A *sur la droite des réels.*



   (b) *Parmi les nombres suivants, lesquels appartiennent à* A *: -2, 6, 7, 10 ?*
   En regardant sur le graphique, on voit que : -2 et 7 sont dans A.

Exercice 2 (Équations — 4 points)**.**

(a) *Résoudre* $(2x+5)(3-x)=0$. C'est une équation produit, donc :

$$\begin{array}{rlcrl} 2x+5= & 0 & \text{ou} & 3-x= & 0 \\ 2x= & -5 & \text{ou} & -x= & -3 \\ x= & -\frac{5}{2} & \text{ou} & x= & 3 \end{array}$$

Il y a donc deux solutions $-\frac{5}{2}$ et 3.

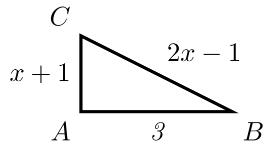
(b) *Résoudre* $9x^2-6x+1=0$. On reconnait une identité remarquable : $9x^2-6x+1=(3x-1)^2$. Donc l'équation revient à résoudre $(3x-1)^2=0$, c'est-à-dire $3x-1=0$. Donc :

$$\begin{aligned}3x-1&=0\\3x&=1\\x&=\frac{1}{3}\end{aligned}$$

Il y a donc une seule solution $\frac{1}{3}$.

Exercice 3 (Triangle rectangle — 8 points)**.**

On considère le triangle suivant, où x est variable. Les longueurs sont données en centimètres. L'objet de l'exercice est de savoir pour quelles valeurs de x le triangle ABC est rectangle en A.



1. *Montrer que le triangle est rectangle en A si et seulement si :* $3x^2-6x-9=0$. D'après le théorème de Pythagore, ABC est rectangle en A si et seulement si $BC^2=AC^2+AB^2$, c'est-à-dire :

$$\begin{aligned}(2x-1)^2&=(x+1)^2+3^2\\4x^2-4x+1&=x^2+2x+1+9\\3x^2-6x-9&=0\end{aligned}$$

2. *Montrer que* $3(x+1)(x-3)=3x^2-6x-9$. On développe le membre de gauche.

$$\begin{aligned}3(x+1)(x-3)&=3\left(x\times x+x\times(-3)+1\times x+1\times(-3)\right)\\&=3\left(x^2-3x+x-3\right)\\&=3\left(x^2-2x-3\right)\\&=3x^2-6x-9\end{aligned}$$

3. *Résoudre* $3(x+1)(x-3)=0$. C'est une équation produit.

$$\begin{array}{rrcrr}x+1= & 0 & \text{ou} & x-3= & 0\\ x= & -1 & \text{ou} & x= & 3\end{array}$$

Il y a deux solutions $x=-1$ ou $x=3$.

4. *En déduire les valeurs de x pour lesquelles le triangle ABC est rectangle en A. Quelles sont alors les dimensions du triangle ?* Le triangle est donc rectangle si $x=-1$ ou $x=3$. Mais si $x=-1$, alors la longueur BC vaut $-2-1=-3$, ce qui est impossible (une longueur est toujours positive). Donc seule la solution $x=3$ est acceptée. Les longueurs du triangles sont alors $AB=3$, $AC=4$, $BC=5$.