Probabilités

Exercice 1 (Loi de probabilités). *J'ai écrit un programme sur ma calculatrice, qui affiche aléatoirement un des nombres 0, 1, 2 ou 3. On connait les probabilités suivantes :*

- P (*« le nombre affiché est pair »*) $= \frac{5}{12}$ *;*
- P (*« le nombre affiché est strictement positif »*) $= \frac{5}{6}$.

Quelle est la probabilité d'obtenir 2 ? On donnera la réponse sous la forme d'une fraction irréductible. On désigne par $P(0)$, $P(1)$, etc. les probabilités P (« Le nombre affiché est 0 »), etc.

Puisque P (« le nombre affiché est strictement positif ») $= \frac{5}{6}$ et que cet évènement est l'évènement contraire à « Le nombre affiché est 0. », alors $P(0) = 1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$.

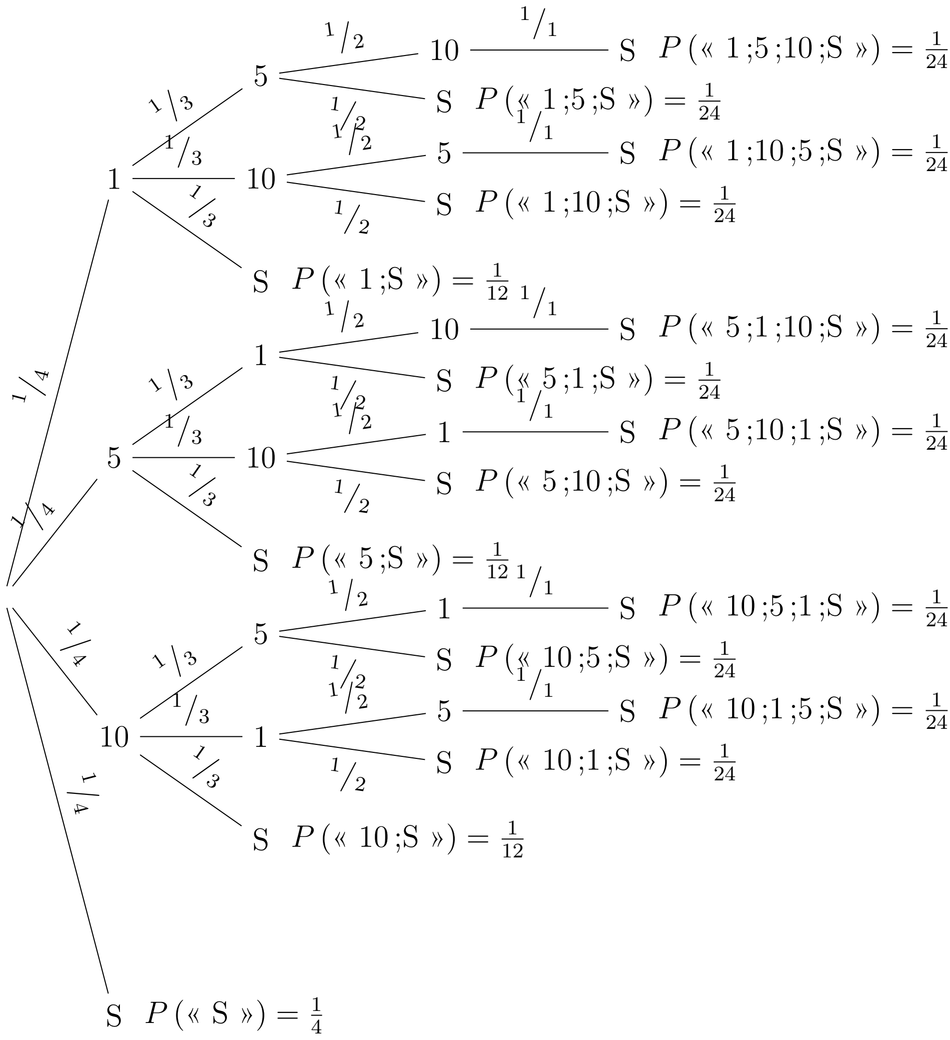
D'autre part, l'évènement « Le nombre affiché est pair » (dont la probabilité est $\frac{5}{12}$) est composé des deux issues « Le nombre affiché est 0 » et « Le nombre affiché est 2 ». Donc $P(0) + P(2) = \frac{5}{12}$. Mais puisque $P(0) = \frac{1}{6}$, alors $P(2) = \frac{5}{12} - \frac{1}{6} = \frac{5}{12} - \frac{2}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$.

Il y a donc une chance sur quatre d'obtenir 2.

Exercice 2 (Arbre 1). *Une kermesse propose le jeu suivant. Une urne contient quatre boules indiscernables au toucher. Trois d'entre elles portent les nombres 1, 5, 10, et sur la dernière est écrit* STOP. *Un joueur pioche successivement des boules, sans remise, jusqu'à tomber sur la boule* STOP. *Il gagne alors autant de bonbons qu'indiqué sur ses boules.*

Par exemple, un joueur pioche la boule 5. Il rejoue et pioche la boule 1. Il rejoue et pioche la boule STOP. *Le jeu s'arrête : il a gagné* $5 + 1 = 6$ *bonbons.*

1. *Représenter la situation par un arbre.* Nous utilisons ici la notation « 1 ;5 ;S » pour désigner l'évènement « On pioche la boule 1, puis la 5, puis la boule STOP. »



2. *Calculer la probabilité des évènements suivants.*

   A : « Le joueur gagne 16 bonbons. »

   B : « Le joueur ne gagne aucun bonbon. »

   C : « Le joueur gagne 6 bonbons ou plus. »

   Il suffit de d'additionner les probabilités des branches correspondantes.

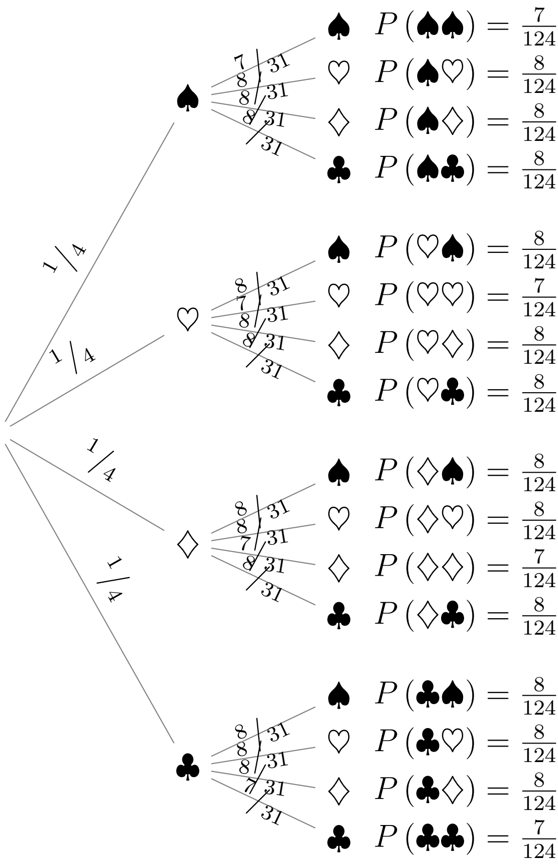
   A : Six branches correspondent, toutes de probabilité $\frac{1}{24}$. Donc $P(A) = 6 \times \frac{1}{24} = \frac{1}{4}$.

   B : Une seule branche correspond, et $P(B) = P(\text{« S »}) = \frac{1}{4}$.

C : On peut compter toutes les branches correspondantes. On peut aussi considérer l'évènement contraire $\bar{C}$: « Le joueur gagne strictement moins de 5 bonbons ». Seules quatre branches correspondent, et : $P(\bar{C}) = 3 \times \frac{1}{12} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$. Donc $P(C) = 1 - P(\bar{C}) = \frac{1}{2}$.

Exercice 3 (Arbre 2)**.** *On pioche au hasard, sans remise, deux cartes dans un jeu de 32 cartes, et on regarde le symbole (pique, cœur, carreau ou trèfle).*

1. *Représenter la situation par un arbre.*



2. *Calculer la probabilité des évènements suivants.*

   A : *« On pioche deux cœurs. »*

B : « *On pioche deux cartes de symboles différents.* »

C : « *On ne pioche aucun cœur.* »

A : Une seule branche correspond : $P(A) = P(\heartsuit\heartsuit) = \frac{7}{124}$.

B : Le plus simple est de considérer le contraire $\bar{B}$ de cet évènement : « On pioche deux cartes de même symbole ». Il y a alors quatre branches, et $P(\bar{B}) = 4 \times \frac{7}{124} = \frac{7}{31}$. Donc $P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - \frac{7}{31} = \frac{24}{31}$.

C En additionnant les neuf branches correspondantes, on trouve $P(C) = \frac{69}{124}$.