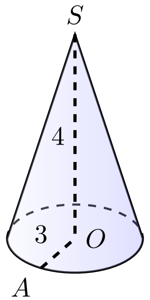
27/11/15
DM 3

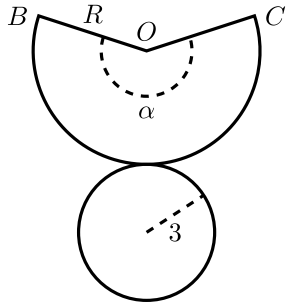
Géométrie dans l'espace

$2^{de}10$

Faire, au choix, l'un des deux exercices 1 et 2 (l'exercice 1 est plus long et plus difficile que le 2). Les exercices 3 et 4 sont obligatoires.

Exercice 1 (Surface d'un cône)**.**





On considère un cône de révolution, dont la base est un cercle de rayon 3 cm, et de hauteur 4 cm. Le but de l'exercice est de déterminer l'aire de ce solide, dont le patron est donné à droite : il est constitué d'un disque (en bas) correspondant à la base du cylindre, et d'une section (un « morceau ») de disque (en haut). On admet que l'aire du solide est égale à l'aire de son patron.

Dans la suite de l'exercice, toutes les longueurs considérées sont en centimètres.

1. On considère le triangle AOS.
   (a) Quelle est sa nature ? Quelle est la longueur des segments $[AO]$ et $[OS]$?
   (b) En déduire que $SA = 5$.

La longueur notée R sur le patron étant égale à SA, nous avons montré que $R = 5$. Nous allons maintenant calculer la valeur de l'angle α.

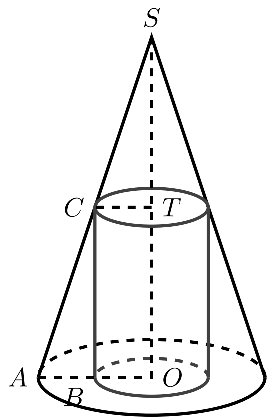
2. Calculer le périmètre de la base du cylindre, et le périmètre du cercle (non représenté) de centre O et de rayon R.
3. La longueur de l'arc de cercle $\overset{\frown}{BC}$ est égale au périmètre de la base. D'autre part, le périmètre d'un arc de cercle est proportionnel à l'angle correspondant. Compléter le tableau de proportionnalité suivant.

Angle (en degrés)	α	360
Longueur de l'arc de cercle de rayon 5		

4. En déduire que $\alpha = 216°$.
5. L'aire d'une section de disque étant proportionnelle à son angle, calculer l'aire de la section de disque OBC.
6. En déduire l'aire du cône.

Exercice 2 (Cône et Cylindre)**.**

Un cylindre de révolution est inscrit dans un cône de révolution, comme dans la figure ci-contre. Les points A, B, C, S, T, O sont tels que représentés sur la figure.



Le cône fait 20 cm de hauteur, et sa base a un rayon de 8 cm. La hauteur du cylindre est la moitié de celle du cône.

Les résultats seront arrondis à l'unité.

1. Déterminer la longueur TO.
2. Sans justifier, donner la nature du quadrilatère $CTOB$. En déduire la longueur BC et la position relative des droites (CB) et (SO).
3. En se plaçant dans le triangle SAO, prouver que $OB = 4cm$.
4. Calculer le volume V_o du cône.
5. Calculer le volume V_y du cylindre.
6. *Question ouverte.* On dispose de deux vases, un cône et un cylindre, aux dimensions étudiées dans cet exercice. On remplit une première fois le cylindre d'eau, à ras bord, et on verse le contenu dans le cône. Puis on recommence une seconde fois. L'eau va-t-elle déborder du cône, ou reste-t-il de la place ? S'il reste de la place, peut on verser le contenu d'un troisième cylindre sans faire déborder ?

Exercice 3 (Droites et Plans)**.** *Les réponses aux questions 2b et 4 consistent en l'application d'une propriété de la partie 6 du cours.*

On considère un cube $ABCDEFGH$.

1. Représenter le cube en perspective cavalière.
2. (a) Justifier que $EFCD$ est un parallélogramme.
   (b) En déduire que la droite (FC) est parallèle au plan (EBD).
3. En utilisant la même méthode, montrer que la droite (FH) est parallèle au plan (EBD).
4. En déduire la position relative des plans (FCH) et (EBD).

Exercice 4 (Exercices libres)**.** Choisir un exercice sur le site web `http://pyromaths.org`, imprimer l'énoncé, et résoudre cet exercice. Rendre l'énoncé avec la copie.