Repérage

Exercice 1 (Quadrilatère)**.** *Dans un repère orthonormé, on considère les points* $A\,(7;4)$*,* $B\,(13;8)$*,* $C\,(5;20)$ *et* $D\,(-1;16)$*. L'objet de l'exercice est de déterminer la nature du quadrilatère* $ABCD$*.*

1. (a) *On appelle* I *le milieu de* $[AC]$*, et* J *le milieu de* $[BD]$*. Déterminer les coordonnées de* I *et* J*.*
   - Coordonnées de I : $\begin{array}{l} x_I = \frac{x_A+x_C}{2} = \frac{7+5}{2} = 6 \\ y_I = \frac{y_A+y_C}{2} = \frac{4+20}{2} = 12 \end{array}$ Donc $I\,(6;12)$.
   - Coordonnées de J : $\begin{array}{l} x_J = \frac{x_B+x_D}{2} = \frac{13-1}{2} = 6 \\ y_J = \frac{y_B+y_D}{2} = \frac{8+16}{2} = 12 \end{array}$ Donc $J\,(6;12)$.

   (b) *Le quadrilatère* $ABCD$ *est-il un parallélogramme ? Justifier.* Puisque I et J ont les mêmes coordonnées, ce sont le même point. Le quadrilatère a donc ses diagonales qui se coupent en leur milieu : c'est un parallélogramme.

2. (a) *Calculer les longueurs* AB *et* AD*.*

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{\left(x_B - x_A\right)^2 + \left(y_B - y_A\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(13-7\right)^2 + \left(8-4\right)^2} \\ &= \sqrt{6^2+4^2} \\ &= \sqrt{36+16} \\ &= \sqrt{52} \\ &= 2\sqrt{13} \end{aligned}
\qquad
\begin{aligned} AD &= \sqrt{\left(x_D - x_A\right)^2 + \left(y_D - y_A\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(-1-7\right)^2 + \left(16-4\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(-8\right)^2+12^2} \\ &= \sqrt{64+144} \\ &= \sqrt{208} \\ &= 4\sqrt{13} \end{aligned}$$

   (b) *Le quadrilatère* $ABCD$ *est-il un losange ? Justifier.* Les côtés $[AB]$ et $[AD]$, consécutifs, ne sont pas de même longueur. Le paraléllogramme n'est donc pas un losange.

3. (a) *Calculer les longueurs* BD *et* AC*.*

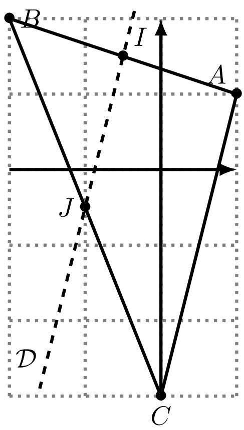
$$BD = \sqrt{(x_D - x_B)^2 + (y_D - y_B)^2} \qquad AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$$
$$= \sqrt{(-1-13)^2 + (16-8)^2} \qquad = \sqrt{(5-7)^2 + (20-4)^2}$$
$$= \sqrt{(-14)^2 + 8^2} \qquad = \sqrt{(-2)^2 + 16^2}$$
$$= \sqrt{196+64} \qquad = \sqrt{4+256}$$
$$= \sqrt{260} \qquad = \sqrt{260}$$
$$= 2\sqrt{65} \qquad = 2\sqrt{65}$$

(b) *Le quadrilatère $ABCD$ est-il un rectangle ? Justifier.* Les diagonales $[AC]$ et $[BD]$ sont de même longueur, donc le parallélogramme est un rectangle.

4. *Le quadrilatère $ABCD$ est-il un carré ? Justifier.* Le parallélogramme $ABCD$ n'est pas un carré, car ce n'est pas un losange.

Exercice 2 (Triangle)**.** *Soient $A(1;1)$, $B(-2;2)$, et $C(0;-3)$ trois points du plan muni d'un repère quelconque, et I le milieu de $[AB]$. Soit $\mathcal{D}$ la droite parallèle à (AC) passant par I. On appelle J le point d'intersection de $\mathcal{D}$ et $[BC]$.*

1. *Faire une figure.*



2. *Déterminer* par le calcul *les coordonnées de J.* On reconnait la configuration de l'énoncé des milieux (cas particulier du théorème de Thalès) : IJB et ABC sont des triangles, I est le milieu de $[AB]$, J est sur le segment $[BC]$, et les droites (AC) et (IJ) sont parallèles. Donc, d'après l'énoncé des milieux, J est le milieu de $[BC]$.
Nous pouvons donc calculer les coordonnées de J en fonction de celles de B et C.

$$\begin{cases} x_J = \frac{x_B+x_C}{2} = \frac{-2+0}{2} = -1 \\ y_J = \frac{y_B+y_C}{2} = \frac{2-3}{2} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Les coordonnées de J sont donc $\left(-1;{}^{-1}/_2\right)$.