Exercice 1 (Évènements — 5 points)**.** *On dispose de deux dés équilibrés à six faces, l'un rouge, et l'autre bleu. On lance les deux dés et on s'intéresse aux nombres obtenus. On considère les deux évènements suivants :*

- *A : « La somme des deux nombres fait 10. »*
- *B : « Le nombre obtenu avec le dé bleu est strictement supérieur à celui obtenu avec le dé rouge. »*

On donne les probabilités suivantes :

- $P(A) = \frac{3}{36}$
- $P(B) = \frac{15}{36}$
- $P(A \cap B) = \frac{1}{36}$

1. *Décrire par une phrase en français les évènements $A \cap B$ et $\bar{B}$.*
   - $A \cap B$: La somme des deux nombres fait 10, et le nombre obtenu avec le dé bleu est strictement supérieur à l'autre.
   - $\bar{B}$: Le nombre obtenu avec le dé bleu est inférieur ou égal à l'autre.
2. *Calculer $P(A \cup B)$.* On a :

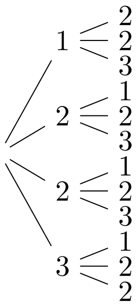
$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= \frac{3}{36} + \frac{15}{36} - \frac{1}{36} \\ &= \frac{17}{36} \end{aligned}$$

3. *Calculer $P\left(\bar{B}\right)$.* On a :

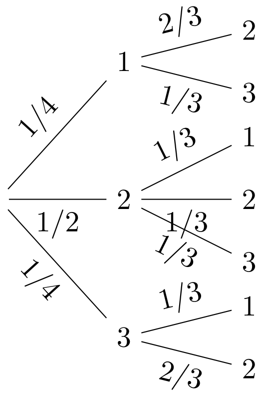
$$\begin{aligned} P\left(\bar{B}\right) &= 1 - P(B) \\ &= 1 - \frac{15}{36} \\ &= \frac{21}{36} \end{aligned}$$

Exercice 2 (Urne — 4 points)**.** *Une urne contient quatre boules numérotées de 1, 2, 2 et 3. On pioche successivement, sans remise, deux boules dans l'urne.*

1. *Représenter l'expérience par un arbre.* Nous présentons deux manières différentes : dans celle de gauche, les branches sont équiprobables : chaque chemin a la même probabilité $\frac{1}{12}$. Dans celle de droite, les probabilités sont indiquées sur l'arbre.



Toutes les branches sont équiprobables.



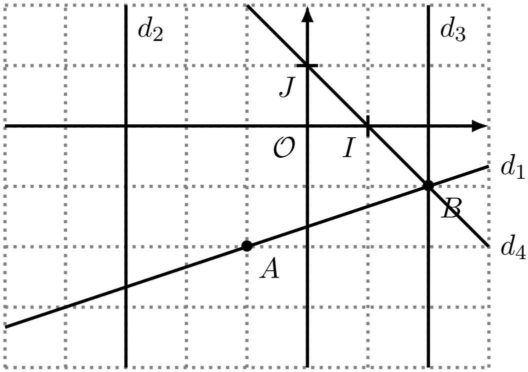
2. *Calculer la probabilité des évènements suivants :* Le raisonnement est fait avec l'arbre de droite.

   A : *« la somme des deux boules fait 4 » ;* L'ensemble des issues de cet évènement est $\{13; 22; 31\}$, et les probabilités respectives sont : $P(13) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$, et de même, $P(22) = \frac{1}{6}$, et $P(31) = \frac{1}{12}$. Donc :

$$\begin{aligned} P(A) &= P(13) + P(22) + P(31) \\ &= \frac{1}{12} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} \\ &= \frac{1}{12} + \frac{2}{12} + \frac{1}{12} \\ &= \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

   B : *« la première boule tirée porte le numéro 3 ».* Nous pouvons faire un raisonnement similaire, ou nous pouvons dire qu'au premier tirage, il y a quatre boules disponibles, équiprobables, et une seule boule avec le numéro 3, donc $P(B) = \frac{1}{4}$.

Exercice 3 (Droites — 7 points)**.**



1. *Donner les équations des droites d_1, d_2.* La droite d_1 n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées, donc son équation est de la forme $y = ax + b$. Prenons deux points $A\,(-1; -2)$ et $B\,(2; -1)$ sur la droite. Donc :

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-1 - (-2)}{2 - (-1)} = \frac{1}{3}$$

   Or A est sur la droite, donc ses coordonnées vérifient l'équation, donc $-2 = \frac{1}{3} \times (-1) + b$. La résolution de cette équation nous donne $b = -\frac{5}{3}$. Donc $d_1 : y = \frac{1}{3}x - \frac{5}{3}$.
   La droite d_2 est parallèle à l'axe des ordonnée, et elle passe par le point d'ordonnée -3. Donc son équation est $d_2 : x = -3$.
2. *Tracer les droites d_3, d'équation $x = 2$, et d_4, d'équation $y = -x + 1$.* La droite d_3 est parallèle à l'axe des ordonnées, d'abscisse 2. Pour d_4, on prend deux points sur la droite (par exemple, si $x = 0$ alors $y = -0 + 1 = 1$, et si $x = 2$ alors $y = -2 + 1 = -1$). Donc la droite passe par les points de coordonnées $(0; 1)$ et $(2; -1)$.
3. *Sans tracer la droite d_5, d'équation $y = 2x - 10$, donner la position relative des droites d_5 et d_4. Justifier.* Les droites d_4 et d_5 ont toutes les deux des équations de la forme $y = mx + p$, mais leurs coefficients directeurs sont différents : elles sont sécantes.
4. *Résoudre le système suivant :* $\begin{cases} y = 2x + 2 \\ y = 2x - 10 \end{cases}$ *. En déduire la position*

relative des droites d_5 et d_6, d'équation $y = 2x + 2$.

$$\begin{cases} y = 2x + 2 \\ y = 2x - 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x + 2 \\ y - y = 2x - 10 - (2x + 2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x + 2 \\ 0 = -12 \end{cases}$$

Le système n'a pas de solutions, donc les deux droites sont strictement parallèles.

Exercice 4 (Problème ouvert — 4 points)**.** *Deux entreprises A et B emploient deux types de personnel : des cadres et des ouvriers.*

— *L'entreprise A emploie 5 cadres et 20 ouvriers. Le salaire moyen des cadres est 3020 € et celui des ouvriers 1750 €.*

— *L'entreprise B emploie 50 personnes. Le salaire moyen des cadres est 2880 € et celui des ouvriers 1650 €.*

Le directeur financier de l'entreprise B affirme que le salaire moyen pour l'ensemble de ses employés est supérieur à celui de l'entreprise A. Est-ce possible ?

La moyenne des salaires de l'entreprise A est $\frac{5\times3020+20\times1750}{5+25} = 2004$.

Méthode rapide Si l'entreprise B a 49 cadres et un seul ouvrier, le salaire moyen est $\frac{49\times2880+1\times1650}{50} = 2855,4$. Cette moyenne est plus élevée que celle de l'entreprise A, donc l'affirmation de l'énoncé est possible.

Méthode moins rapide Cherchons un nombre x de cadres et y d'ouvriers pour l'entreprise B tels que la moyenne des salaires de l'entreprise B soit égale à celle de A. Cela donne le système suivant :

$$\begin{cases} x + y = 50 \\ \frac{x\times2880+y\times1650}{50} = 2004 \end{cases}$$

Une fois résolue (je vous laisse faire), nous trouvons $x \approx 14,4$ et $y \approx 35,6$. Donc à partir de 15 cadres et 35 ouvriers, le salaire de l'entreprise B est plus élevé que celui de l'entreprise A : c'est possible.