Fonctions
Statistiques

Exercice 1 (Fonctions affines)**.** On considère deux fonctions $f : x \mapsto -0,5x + 6$, et $g : x \mapsto 2x - 4$, définies sur l'ensemble des réels $\mathbb{R}$.

1. *Donner les variations de f et g sur leur ensemble de définition.* La fonction f est affine, de coefficient directeur $-0,5$: elle est décroissante. La fonction g est affine, de coefficient directeur 2 : elle est croissante.
2. *Calculer $f(4)$ et $g(4)$.*

$$\begin{aligned} f(4) &= -0,5 \times 4 + 6 \\ &= -2 + 6 \\ &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g(4) &= 2 \times 4 - 4 \\ &= 8 - 4 \\ &= 4 \end{aligned}$$

3. *Comparer, sans nouveaux calculs, $f(10)$ et $g(10)$.* Puisque f est décroissante, $f(10) \leqslant f(4)$. Puisque g est croissante, $g(10) \geqslant g(4)$. Enfin, puisque $f(4) = g(4)$, $f(10) \leqslant g(10)$.

Exercice 2 (Compétition)**.** Voici les scores obtenus dans une compétition de tir à l'arc par les 40 joueuses.

Score	400	410	433	442	453	460	478	483	492	498
Effectif	2	4	2	8	5	7	5	4	1	2
ECC	2	4	8	16	21	28	33	37	38	40

1. *Calculer la médiane et les quartiles de cette série.* On calcule les effectifs cumulés croissants (ECC) dans le tableau.
   (a) Il y a 40 valeurs, qui est un nombre pair, donc la médiane est la valeur entre la 20^e^ et 21^e^ valeur, soit 453.
   (b) Le premier quartile Q_1 est la plus petite valeur supérieure à un quart des valeurs, c'est-à-dire 10. C'est donc 442.
   (c) Le troisième quartile Q_3 est la plus petite valeur supérieure à trois quart des valeurs, soit 30. C'est donc 478.

2. *L'an passé, la moitié des candidates avait obtenu un score inférieur à 440. À l'aide de cette seule information, peut-on dire que le niveau des joueuses a plutôt augmenté ou plutôt baissé ?* Cela signifie que la médiane l'an passé était égale à 440. La médiane a donc augmenté : le niveau a plutôt augmenté.

Exercice 3 (Échantillonnage)**.** *Les deux questions sont indépendantes.*

Travaillant dans un laboratoire de contrôle pharmaceutique, vous êtes chargé(e) d'étudier deux traitements A et B, censés guérir une certaine maladie. On sait que pour cette maladie, 30% des malades guérissent spontanément (c'est-à-dire sans médicament) en moins d'une semaine. La question à laquelle vous devez répondre est : Ces médicaments permettent-ils une guérison plus rapide ?

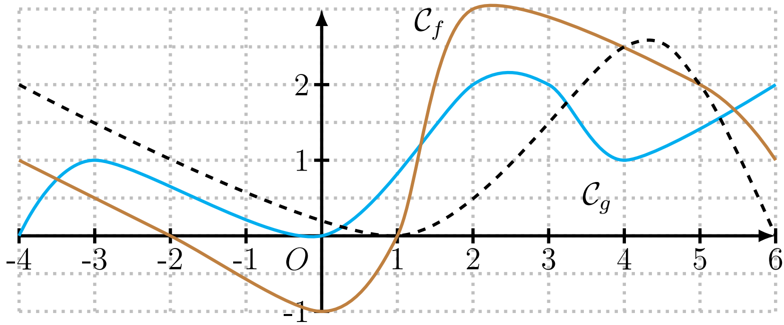
1. *Testé auprès de 30 personnes, le traitement A en a guéri 17 en moins d'une semaine. On note p_A la proportion théorique de malades guérissant en moins d'une semaine avec le médicament A.*
   (a) *Déterminer un intervalle de confiance à 95 % de p_A, donné par la formule $\left[f - \frac{1}{\sqrt{n}}; f + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$, où f est la fréquence des guérisons de l'échantillon en moins d'une semaine, et n la taille de l'échantillon.*

   L'échantillon est composé de 30 personnes, et la fréquence de guérison en moins d'une semaine dans cet échantillon est $\dfrac{17}{30}$. Donc l'intervalle de confiance est $\left[\frac{17}{30} - \frac{1}{\sqrt{30}}; \frac{17}{30} + \frac{1}{\sqrt{30}}\right]$, c'est-à-dire environ $[0,38; 0,75]$.

   (b) *Pouvez-vous affirmer que ce médicament accélère le temps de guérison ? Justifier.* Sans médicament, 30 % des malades guérissent en moins d'une semaine. Ce nombre est hors de l'intervalle de confiance, donc on peut affirmer sans trop de chances de se tromper que p_A est supérieure à 0,30, c'est-à-dire que le médicament A est efficace.

2. *Un intervalle de confiance à 95 % de la proportion p_B de guérisons en moins d'une semaine avec le traitement B est $[0,27; 0,41]$. Pouvez-vous affirmer que ce traitement accélère la guérison ? Justifier.* Cette fois-ci, 30% est compris dans l'intervalle, donc on ne peut pas affirmer que p_B soit supérieure à 30% : rien ne prouve que le médicament B soit efficace.

Exercice 4 (Résolution graphique d'(in)équations)**.** On considère les fonctions f et g, définies sur $[-4;6]$ et représentées sur le graphique suivant.



Répondre aux questions par lecture graphique.

1. *Déterminer les solutions de $f(x) < 0$* La courbe de f est située en dessous de l'axe des abscisses pour $x \in \,]-2;1[$.
2. *Déterminer les solutions de $f(x) \geqslant g(x)$.* Les solutions sont les abscisses des points de f situés au dessus des points de g, c'est-à-dire $[-4;-3,5] \cup [1,3;5,5]$.
3. *Tracer la courbe d'une fonction h telle que les solutions de $h(x) > f(x)$ soient* $[-4;1[\,\cup\,]4;5[$. Voir l'exemple en pointillés.
4. *Pourquoi n'existe-t-il pas de fonction p telle $p(x) \geqslant g(x)$, et $p(x) \leqslant 0$ sur $[2;4]$?* Prenons par exemple $x = 3$. Puisque $p(x) \leqslant 0$, alors $p(3) \leqslant 0$. Donc $p(3)$ est négatif. Mais $p(3) \geqslant g(3)$, et $g(3) > 0$. Donc $p(3)$ est à la fois négatif et strictement positif : c'est impossible.

Exercice 5 (Moyenne)**.** *Un élève a une moyenne de 9 à trois devoirs. Quelle note minimale devra-t-il avoir au prochain devoir pour que sa moyenne soit au moins égale à 10 ?* La note minimale que cet élève peut avoir est telle que sa moyenne soit égale à 10. Appelons x cette note. Elle vérifie :

$$\frac{3 \times 9 + x}{4} = 10$$

Et la solution de cette équation est $x = 13$.