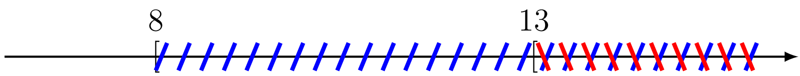
Exercice 1 (Intervalles — 3 points)**.** Résoudre le couple d'inéquations suivant, et représenter l'ensemble des solutions sur la droite des réels, puis sous forme d'intervalle.

$$\frac{x}{2} + 1 \geqslant 5 \text{ et } 5 - x > -8$$

$$\frac{x}{2} \geqslant 5 - 1$$
$$\frac{x}{2} \geqslant 4$$
$$x \geqslant 4 \times 2$$
$$x \geqslant 8$$

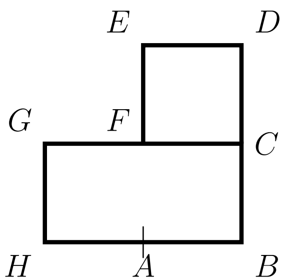
$$5 - x > -8$$
$$-x > -8 - 5$$
$$-x > -13$$
$$x < 13$$

Droite des réels :



Les solutions sont $x \in [8; 13[$.

Exercice 2 (Coordonnées — 3 points)**.** On considère la figure suivante, où $BCGH$ est un rectangle, et $EFCD$ est un carré. Répondre aux questions suivantes par lecture graphique.

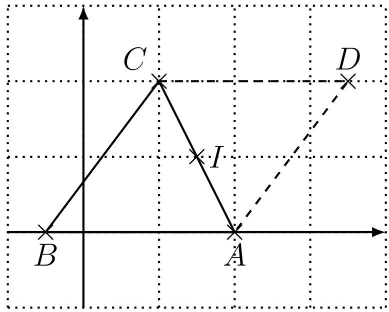


(a) *Dans le repère (A, B, F), quels points ont pour coordonnées $(-1; 0)$ et $(1; 1)$?* $H(-1; 0)$ et $C(1; 1)$.

(b) *Quelles sont les coordonnées de C dans le repère (H, B, G) ?* $C(1; 1)$.

Exercice 3 (Problème — 11 points)**.**

(a) *Dans un repère orthonormé, placer les points $A(2;0)$, $B(-0,5;0)$ et $C(1;2)$.*



(b) *Montrer que le triangle ABC est isocèle en B.* On calcule les longueurs AB et BC.

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \\ &= \sqrt{(-0,5-2)^2 + (0-0)^2} \\ &= \sqrt{(-2,5)^2 + 0} \\ &= \sqrt{6,25} \\ &= 2,5 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} CB &= \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_C - y_B)^2} \\ &= \sqrt{(-1,5)^2 + 2^2} \\ &= \sqrt{6,25} \\ &= 2,5 \end{aligned}$$

Donc $AB = CB$, et le triangle est rectangle en B.

(c) *Calculer les coordonnées de I, milieu de $[AC]$.*

$$x_I = \frac{x_A + x_C}{2} \quad = \frac{2+1}{2} = \frac{3}{2} \qquad y_I = \frac{y_A + y_C}{2} \quad = \frac{0+2}{2} = 1$$

Pour vérifier que l'on a pas fait d'erreus de calcul, on peut constater sur la figure que cela correspond bien aux coordonnées de I.

(d) *Calculer les coordonnées de D, symétrique de B par rapport à I.* Si D est le symétrique de B par rapport à I, alors I est le milieu de BD, donc :

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_B + x_D}{2} \\ y_I = \frac{y_B + y_D}{2} \end{cases}$$

Nous connaissons les coordonnées de I et B, donc nous obtenons :

$$\begin{cases} \frac{3}{2} = \frac{-0,5+x_D}{2} \\ 1 = \frac{0+y_D}{2} \end{cases}$$

Et ainsi, en résolvant chacune des deux équations : $x_D = 3,5$, et $y_D = 2$. Donc $D(3,5;2)$.

(e) *Montrer que $ABCD$ est un parallélogramme.* Il y a plusieurs manières de montrer cela. La plus rapide est de constater que ses diagonales se coupent en leur milieu (puisque I est à la fois le milieu de BD et AC.

(f) *Peut-on être plus précis sur la nature de $ABCD$?* Puisque ABC est isocèle en B, le parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur : c'est donc un losange.

Exercice 4 (Algorithmique – 3 points)**.** Dans un repère orthonormé, on considère le cercle $\mathcal{C}$ de centre $A(1,0)$ et de rayon 5.

(a) *Soit $B(3;5)$. Calculer la longueur AB. Le point B appartient-il au cercle $\mathcal{C}$?* En utilisant la formule de la longueur d'un segment, on trouve $AB = \sqrt{(3-1)^2 + (5-0)^2}$, soit $AB = \sqrt{29}$. La longueur AB n'est pas 5, donc B n'appartient pas au cercle $\mathcal{C}$.

(b) Compléter l'algorithme suivante, pour qu'étant données les coordonnées d'un point du plan, il détermine si oui ou non ce point fait partie du cercle $\mathcal{C}$.

Lire x
Lire y
Si $\sqrt{(x-1)^2 + y^2} = 5$
Alors
  Afficher "Le point appartient au cercle $\mathcal{C}$"
Sinon
  Afficher "Le point n'appartient pas au cercle $\mathcal{C}$"
FinSi
