

- Faire un des deux exercices 1 et 2 au choix (l'exercice 1 est plus difficile).
- Les exercices 3 et 4 sont obligatoires.

Exercice 1 (Variation de la fonction carré). Le but de l'exercice est d'étudier les variations de la fonction $f : x \mapsto x^2$, définie sur \mathbb{R} (appelée *fonction carré*).

1. Rappeler la définition de *fonction croissante* et *fonction décroissante*.
2. (a) Dans un repère orthonormé, tracer la courbe représentative de f , pour des abscisses allant de -2 à 2 , et des ordonnées de -4 à 4 .
(b) Par lecture graphique, conjecturer les variations de f .
3. Soient a et b deux nombres positifs, tels que $a < b$.
 - (a) Quel est le signe de $a + b$? Quel est le signe de $a - b$?
 - (b) En déduire le signe de $(a + b)(a - b)$.
 - (c) En déduire que $a^2 < b^2$.
 - (d) En déduire le sens de variations de f sur $[0; +\infty[$.
4. Refaire le même raisonnement avec a et b deux nombres négatifs, et en déduire le sens de variations de f sur $]-\infty; 0]$.
5. Conclure en dressant le tableau de variations de f sur \mathbb{R} .

Exercice 2 (Variations d'une fonction affine). Le but de l'exercice est d'étudier les variations des fonctions $f : x \mapsto 3x - 2$ et $g : x \mapsto -x + 1$.

1. Rappeler la définition de *fonction croissante* et *fonction décroissante*.
2. Tracer dans un repère orthonormé les courbes de f et g , et donner leurs variations par lecture graphique.
3. *Étude de f* . Soient a et b deux nombres tels que $a < b$.

(a) Compléter le raisonnement suivant avec les signes $<$ et $>$.

$$\begin{array}{c}
 a \dots b \\
 3a \dots 3b \\
 3a - 2 \dots 3b - 2 \\
 f(a) \dots f(b)
 \end{array}$$

(b) En déduire le sens de variations de f .

4. *Étude de g* . Soient a et b deux nombres tels que $a < b$.

(a) Compléter le raisonnement suivant avec les signes $<$ et $>$, et en justifiant le passage à la deuxième ligne.

$$\begin{array}{c}
 a \dots b \\
 -a \dots -b \quad \text{car ...} \\
 -a + 1 \dots -b + 1 \\
 g(a) \dots g(b)
 \end{array}$$

(b) En déduire le sens de variations de g .

Exercice 3 (Histogramme à classes irrégulières). Alain, intéressé par la météorologie, mesure les précipitations chez lui toutes les semaines. Il part quinze jours en vacances entre les 36^e et 50^e jour, et n'a donc pu faire qu'un seul relevé pour l'ensemble de ces deux semaines.

Jours	[1; 8[[8; 15[[15; 22[[22; 29[[29; 36[[36; 50[[50; 57[
Précipitations (mm)	15	14	14	16	17	31	16

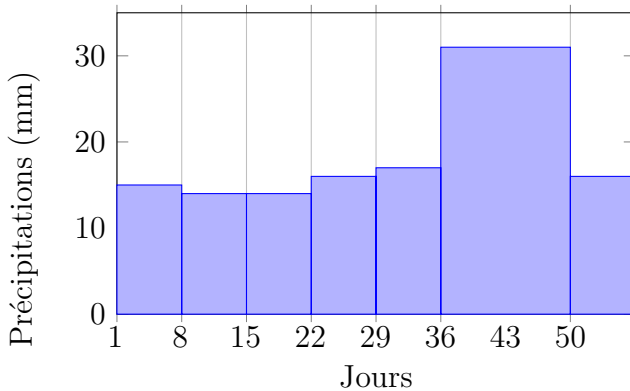
Le tableau se lit de la manière suivante : *Sur l'ensemble des sept premiers jours, il est tombé 15 mm d'eau.*

1. *Étude des jours 36 à 50.*

(a) Calculer la hauteur moyenne d'eau tombée par jour du 29^e au 36^e jour, puis la hauteur moyenne d'eau tombée par jour du 36^e au 50^e jour.

(b) Est-il tombé beaucoup plus d'eau de 36^e au 50^e jour que pendant le reste de l'étude ?

Afin de visualiser les précipitations, Alain trace l'histogramme suivant.



2. Selon son histogramme, pendant quels jours ont eu lieu les plus fortes précipitations? Cela reflète-t-il la réalité (comparer cela avec le résultat de la question précédente)?

L'erreur d'Alain est qu'il a fait *les hauteurs* des barres proportionnelles à la valeur des caractères, alors que *les aires* des barres auraient dû être proportionnelles à la valeur des caractères.

Le but de cet exercice est de tracer un histogramme correct.

3. Dans cette question nous allons compléter le tableau de proportionnalité suivant, où les trois dernières lignes correspondent aux barres de l'histogramme que nous tracerons ensuite.

Jours	[1; 8[[8; 15[[15; 22[[22; 29[[29; 36[[36; 50[[50; 57[
Précipitations (mm)	15	14	14	16	17	31	16
Aire		28					
Largeur	7	7	7	7	7	14	7
Hauteur							

- (a) Remplir la ligne « Aire », de sorte que l'aire soit proportionnelle aux précipitations.
- (b) Remplir la ligne « Hauteur », de sorte que dans chaque colonne, le produit de la hauteur par la largeur soit égale à l'aire.

4. Tracer l'histogramme en utilisant les largeurs et hauteurs des barres calculées dans le tableau.
5. *Application* Dans une étude de 2011 commandée par la HADOPI figurent les chiffres suivants, qui décrivent la somme moyenne dépensée chaque mois en produits et services culturels par les internautes ayant l'habitude de télécharger de manière illégale.

Somme dépensée (€)]0; 20[[20; 31[[31; 100[[100; 500[
Effectif	342	369	250	118

Pour information (mais on ne représentera pas cette information sur le graphique), 237 personnes ont déclaré ne rien dépenser.

Représenter ces données dans un histogramme.

Exercice 4 (Histoire). Citer une mathématicienne, et dire pourquoi elle est connue.