DEVOIR — Espace & Probabilités
Correction

Exercice 1 (Définitions)**.** *On lance un dé à 10 faces (numérotées de 1 à 10) équilibré, et on s'intéresse au nombre obtenu.*

1. L'évènement « Obtenir un nombre pair » contient plusieurs issues (par exemple : « obtenir 2 » ; « obtenir 4 »). Ce n'est donc pas un évènement élémentaire.
2. Le lancer étant équiprobable, la probabilité de « Obtenir 9 ou 10 » est égale à $\frac{\text{Nombre d'issues favorables}}{\text{Nombre d'issues total}} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$.
3. (a) $P(\text{« Obtenir 1, 2, 3, 4 »}) = 0,4$.
   (b) Une probabilité est un nombre compris entre 0 et 1 : elle ne peut pas être égale à 1,1.
4. L'évènement « Obtenir 2 » est incompatible avec « Obtenir un nombre impair ».
5. Les issues correspondant à l'union des évènements « Obtenir un multiple de 3 » et « Obtenir un nombre supérieur à 7 » sont l'obtention de chacun des nombres 3, 6, 7, 8, 9, 10.

Exercice 2. *Soient A et B deux évènements tels que $P(A) = 0,4$, $P(B) = 0,2$, et $P(A \cap B) = 0,1$.*

1. $\bar{A}$ est le contraire de A, donc $P(A)+P(\bar{A}) = 1$. Ainsi, $0,4+P(\bar{A}) = 1$, et $P(\bar{A}) = 0,6$.
2. On sait que $P(A) + P(B) = P(A \cap B) + P(A \cup B)$. Donc $0,4 + 0,2 = 0,1 + P(A \cup B)$, et $P(A \cup B) = 0,5$.

Exercice 3 (Tableau)**.**

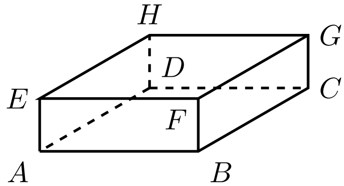
1. Le tableau complété est ci-contre :

	N° 1	N° 2	Total
Blanche	15%	30%	45%
Noire	10%	45%	55%
Total	25%	75%	100%

2. $P(\text{« Obtenir une boule noire portant le numéro 2 »}) = 45\%$.
3. $P(\text{« Tirer une boule noire ou numérotée 2 »}) = 10\% + 45\% + 30\% = 85\%$: C'est somme des probabilités des évènements : « Tirer une boule noire numérotée 2 », « Tirer une boule noire numérotée 1 », et « Tirer une boule blanche numérotée 2 ».
4. $P(\text{« Tirer une boule blanche numérotée 2 »}) = 30\%$

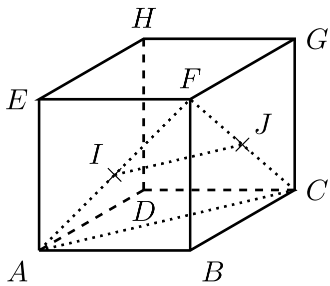
Exercice 4 (Boule)**.** *Toutes les longueurs sont données en centimètres.*

On considère le parallélépipède rectangle $ABCDEFGH$ représenté ci-contre (la figure n'est pas à l'échelle), avec les longueurs $AB = 6$, $BC = 6$, $BF = 3$.



1. *Calculer la longueur du segment* $[AC]$. Le triangle ABC est rectangle en B (car $ABCD$ est un rectangle), donc on peut appliquer le théorème de Pythagore : $AB^2 + BC^2 = AC^2$. Donc $AC^2 = 6^2 + 6^2 = 72$, et $AC = \sqrt{72}$.
2. *En admettant que ACG est rectangle en C, montrer que $AG = 9$.* De même, on applique le théorème de Pythagore : $AG^2 = AC^2 + CG^2$, donc $AG^2 = \sqrt{72}^2 + 3^2 = 72 + 9 = 81 = 9^2$, donc $AG = 9$.
3. *En déduire le volume de la boule circonscrite à $ABCDEFGH$.* AG étant le diamètre de la boule, son rayon est $AG/2$ soit $4,5$. Le volume d'une boule de rayon r est donné par la formule $\frac{4}{3}\pi r^3$, donc le volume de la boule circonscrite est $\frac{4}{3}\pi \times 4,5^3 = \frac{3^5\pi}{2} \approx 382\ cm^3$.

Exercice 5 (Exercice ouvert)**.** *On considère le cube $ABCDEFGH$, de côté 2 cm. Le point I est le centre de la face $AEFB$; J est le centre de la face $CGFB$. Quelle est la longueur du segment $[IJ]$?*



Toutes les longueurs sont en centimètres.

Considérons le triangle AFC. Les points I et J sont respectivement les milieux des segments $[AF]$ et $[CF]$. D'après l'énoncé des milieux, la longueur IJ est égale à la moitié de la longueur AC. Reste à calculer AC.

Le triangle ABC est rectangle en B (car $ABCD$ est un carré), donc on peut y appliquer le théorème de Pythagore : $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 2^2 + 2^2 = 8$. Donc $AC = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$.

Donc $IJ = \frac{AC}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \approx 1,4cm$.