Trinômes — Révisions

Exercice 1 (Fonction carré)**.**

1. Calculer les valeurs exactes des carrés des nombres suivants :
   (a) -3 (b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (c) 10^2 (d) $\frac{3}{4}$ (e) $3\sqrt{2}$.
2. Ordonner, sans les calculer, les nombres suivants : (a) 26^2 et $26,1^2$ (b) $(-4)^2$ et $(-5)^2$ (c) $(\sqrt{5}-1)^2$ et $(\sqrt{5}+1)^2$ (d) 3^2 et π^2 (e) $(-\frac{1}{3})^2$ et $(-0,3)^2$.

Exercice 2 (Variations et extremums)**.** Pour chacune des fonctions suivantes :

1. dresser son tableau de variations ;
2. déterminer les coordonnées de son extremum ;
3. tracer sa représentation graphique et vérifier graphiquement les réponses aux questions précédentes.

(a) $2x^2-3x-1$; (b) $-5x^2+2$; (c) $3x^2$; (d) $-x^2+6x+1$.

Exercice 3 (Forme canonique)**.**

1. (a) Montrer que $-(x-0,5)^2-3,75=-x^2+x-4$.
   (b) En déduire les solutions de $-x^2+x-4=0$.
2. Même question avec $(x+7)^2-9$ et $x^2+14x+40$.
3. Même question avec $-3(x+\frac{1}{3})^2+9$ et $-3x^2+2x+\frac{26}{3}$.

Exercice 4 (Géométrie)**.** Le but de l'exercice est de trouver les points d'intersection du cercle $\mathcal{C}$ de centre $A(2,1)$ et de rayon 2 avec la droite d'équation $y=2x+1$. *Les questions sont indépendantes.*

1. Faire une figure.
2. Soit $M(x,y)$ un point du cercle. Calculer la distance AM en fonction de x et y, et montrer que $x^2-4x+y^2-2y+1=0$.
3. En considérant l'équation de la droite $y=2x+1$, en déduire que $5x^2-4x=0$.
4. Résoudre l'équation précédente pour trouver les valeurs possibles de x.
5. En déduire les coordonnées des points d'intersection du cercle et de la droite.

Exercice 5 (Problème)**.** Exercice 14 p.118 du livre, corrigé à la fin du livre.

Exercice 1 (Fonction carré)**.**

1. (a) 9 (b) $\frac{1}{2}$ (c) 10^4 (d) $\frac{9}{16}$ (e) 18.
2. (a) La fonction carré est croissante pour les nombres positifs. $26 < 26,1$, donc $26^2 < 26,1^2$.
   (b) La fonction carré est décroissante pour les nombres négatifs. $-4 > -5$, donc $(-4)^2 < (-5)^2$.
   (c) $(\sqrt{5}-1)^2 < (\sqrt{5}+1)^2$ (d) $3^2 < \pi^2$ (e) $(-\frac{1}{3})^2 < (-0,3)^2$

Exercice 2 (Variations et extremums)**.** *Seul le cas de $2x^2 - 3x - 1$ est corrigé. Pour les autres, tracer la fonction à la calculatrice pour vérifier vos résultats.*

1. Le nombre situé devant x^2 est positif, donc la fonction décroit puis croit. Son extremum est en $-\frac{b}{2a} = -\frac{-3}{2\times 2} = \frac{3}{4}$. Le tableau est donc le suivant.

x	$-\infty$	$\frac{3}{4}$	$+\infty$
$2x^2 - 3x - 1$	$\searrow$		$\nearrow$

2. Nous avons déjà calculé l'absisse de son extremum : $\frac{3}{4}$. Son ordonnée est $2\left(\frac{3}{4}\right)^2 - 3\frac{3}{4} - 1 = \ldots = -\frac{17}{8}$.
3. *Je vous laisse vérifier à la calculatrice.*

Exercice 3 (Forme canonique)**.** *Seule la première question est corrigée.*

(a) *Il suffit de développer la forme canonique.*

(b) Nous avons démontré que $-(x-0,5)^2-3,75 = -x^2+x-4$. Donc $-x^2+x-4 = 0$ est équivalent à $-(x-0,5)^2 - 3,75 = 0$:
$-(x-0,5)^2 = 3,75$
$(x-0,5)^2 = -3,75$
Or un carré est toujours positif, donc cette équation n'a pas de solutions.

Exercice 4 (Géométrie)**.** *Seuls des indices sont donnés.*

2. Utiliser la formule permettant de calculer la longueur d'un segment : $AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2}$, et remplacer les inconnues par les valeurs données dans l'énoncé.
3. Utiliser la formule précédente, et remplacer y par $2x+1$. Développer et réduire le résultat.
4. Il y a une factorisation évidente en x. Ensuite, c'est une équation produit.
5. Nous venons de calculer les valeurs de x. Utiliser l'équation de la droite pour calculer les valeurs de y correspondantes.