Devoir surveillé — Corrigé

Équations — Repérage

Exercice 1 ((In)équations).

1. *Résoudre l'équation :* $\dfrac{2+x}{x-3} = 0$
   Cette équation est vraie lorsque $2+x=0$ et $x-3\neq 0$ (car on ne peut pas diviser par 0). Donc $x=-2$ et $x\neq 3$, c'est-à-dire $x=-2$.
2. *Résoudre l'inéquation :* $(2x-10)(x-1) \geqslant 0$ On fait un tableau de valeurs.

x	$-\infty$		1		5		$+\infty$
$2x-10$		$-$		$-$	0	$+$	
$x-1$		$-$	0	$+$		$+$	
$(2x-10)(x-1)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

   Les solutions se lisens dans la dernière ligne : $x\in]-\infty;1]\cup[5;+\infty[$.

Exercice 2 (Développement, factorisation).

Soit $A(x) = (x+1)^2 - (x+1)(2x-4)$, avec $x\in\mathbb{R}$.

1. *Développer, réduire et ordonner $A(x)$.*
   $A(x) = x^2+2x+1-(2x^2-4x+2x-4)$
   $A(x) = -x^2+4x+5$
2. *Factoriser $A(x)$.* On repart de la première expression.
   $A(x) = (x+1)[(x+1)-(2x-4)]$
   $A(x) = (x+1)(x+1-2x+4)$
   $A(x) = (x+1)(-x+5)$
3. *Choisir la forme la plus adaptée pour résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.*

(a) On part de la forme factorisée :
$(x+1)(-x+5) = 0$
donc $x+1=0$ ou $-x+5=0$, c'est-à-dire $x=-1$ ou $x=5$.

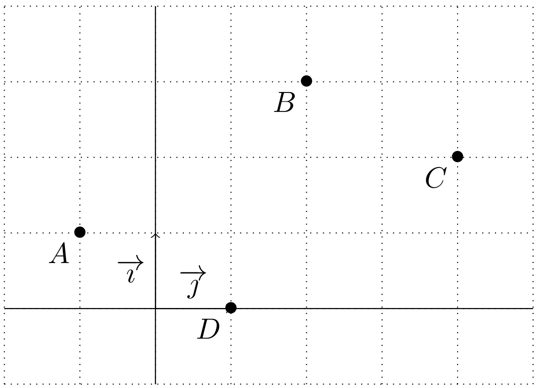
(b) On part de l'expression développée.
$-x^2+4x+5=5$
$-x^2+4x=0$
$x(-x+4)=0$
$x=0$ ou $-x+4=0$
$x=0$ ou $x=4$

(c) On part de l'expression de départ.
$(x+1)^2-(x+1)(2x-4)=(x+1)^2$
$-(x+1)(2x-4)=0$
$(x+1)(2x-4)=0$
$x+1=0$ ou $2x-4=0$
$x--1$ ou $x=2$

Exercice 3 (Repérage)**.**

Soient les points $A(-1;1)$, $B(2;3)$, $C(4;2)$, $D(1;0)$.

1. *Placer ces points dans un repère orthonormé.*



2. On va déterminer de deux manières différentes la nature du quadrilatère $ABCD$.

(a) $\overrightarrow{AB}\binom{x_B-x_A}{y_B-y_A}$ donc $\overrightarrow{AB}\binom{2-(-1)}{3-1}$, soit $\overrightarrow{AB}\binom{3}{2}$.
De même, $\overrightarrow{DC}\binom{x_C-x_D}{y_C-y_D}$ donc $\overrightarrow{DC}\binom{4-1}{2-0}$ donc $\overrightarrow{DC}\binom{3}{2}$.
Les deux vecteurs sont égaux, donc $ABCD$ est un parallélogramme.

(b) Soit $I(x_I, y_I)$ le milieu de $[AC]$. Alors $x_I = \frac{x_A+x_C}{2} = \frac{-1+4}{2} = \frac{3}{2}$, et $y_I = \frac{y_A+y_C}{2} = \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2}$: $I(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$.
De même, les coordonnée du milieu de $[AD]$ sont $(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$.

$ABCD$ est donc un quadrilatère qui a ses diagonales se coupant en leur milieu : c'est un parallélogramme.

3. Pour savoir si $ABCD$ est un losange, une des méthodes est de calculer la longueur de deux côtés consécutifs.
   - $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(2-(-1))^2 + (3-1)^2} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$.
   - $BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{2^2 + (-1)^2} = \sqrt{5}$.

   Donc $AB \neq BC$: $ABCD$ n'est pas un losange.

Exercice 4 (Repérage, algorithmique)**.**

1. Voir le cours.
2. (a) L'algorithme vérifie si le triangle dont les coordonnées sont données en entrée est rectangle ou non. Il affiche Vrai si c'est le cas, et Faux sinon.

   (b) Solution :

```
Lire x_A
Lire y_A
Lire x_B
Lire y_B
Lire x_C
Lire y_C
√((x_B − x_A)² + (y_B − y_A)²) → AB
√((x_C − x_A)² + (y_C − y_A)²) → AC
Si AB=AC
Alors
   Afficher "Vrai"
Sinon
   Afficher "Faux"
FinSi
```