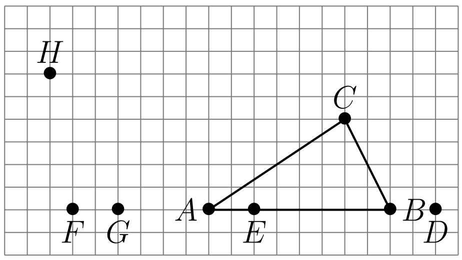
Devoir surveillé — 1h

Statistiques — Vecteurs

Exercice 1 (Vecteurs — 8 points)**.** ABC est un triangle quelconque. Les points D, E, F, G, H sont définis par : $\overrightarrow{AD}=\dfrac{5}{4}\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AE}=\dfrac{1}{4}\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AF}=-\dfrac{3}{4}\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AG}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{BA}$; $\overrightarrow{AH}=2\overrightarrow{BC}-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.



(1) *Voir figure.*

(2) (a) $\overrightarrow{ED}=\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AD}$
$=-\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{5}{4}\overrightarrow{AB}$
$=\frac{4}{4}\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AB}$

(b) $\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AF}$
$=-\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$
$=-\overrightarrow{AB}$

(c) $\overrightarrow{ED}=\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{FE}$, donc E est le milieu de $[DF]$.

(3) (a) $\overrightarrow{GH}=\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{AH}$
$=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{BC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

(b) $\overrightarrow{GH}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{BC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$
$=\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}+2\overrightarrow{BC}$
$=\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$

(c) $\overrightarrow{GH}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$, donc les deux vecteurs sont colinéaires.

(d) Les vecteurs $\overrightarrow{GH}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires, donc les droites (GH) et (BC) sont parallèles.

Exercice 2 (Statistiques : Définitions ; Effectifs et fréquences — 4 points)**.** Claude Got (chercheur en accidentologie) a étudié les accidents de la route mortels, en fonction du type d'usager.

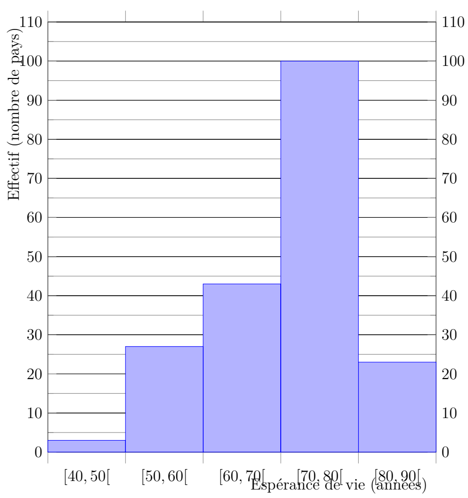
En 1960, sur les 8 295 tués, 2 540 étaient automobilistes, et 848 étaient cyclistes. Presque cinquante ans plus tard, en 2007, sur les 4 620 tués, 2 464 étaient automobilistes, et 142 étaient cyclistes.

(1) La population étudiée est les accidents de la route mortels (et non pas *le nombre* d'accidents). Le caractère étudié est le type d'usagers. Ce caractère est qualitatif.

(2) En 1960, sur 8295 tués, 848 étaient cyclistes. Donc le pourcentage de cyclistes tués était $\frac{848\times100}{8295}=10\%$.

(3) En 2007, sur 4620 tués, 142 étaient cyclistes. Donc le pourcentage de cyclistes tués était $\frac{142\times100}{4620}=3\%$.

Exercice 3 (Statistiques : Lecture graphique ; Médiane — 8 points)**.** *Dans tout cet exercices, la lecture graphique étant approximative, j'ai considéré justes les réponses approchées.*



(1) Par lecture graphique, on trouve que 43 pays ont une espérance de vie à la naissance comprise entre 60 et 70 ans.

(2) La moyenne est égale à :

$$\frac{3 \times 45 + 27 \times 55 + 43 \times 65 + 100 \times 75 + 23 \times 85}{3 + 27 + 43 + 100 + 23} = 70,77$$

(3) (a)

Classes	$[40;50[$	$[50;60[$	$[60;70[$	$[70;80[$	$[80;90[$
Effectifs	3	27	43	100	23
Eff. cumulés croissants	3	30	73	173	196

(b) Il y a 196 valeurs, et $196 \div 2 = 98$, donc la médiane est la moyenne des 98 et 99[e] valeurs. Ces deux valeurs sont dans la classe $[70;80[$, donc cette classe est la classe médiane.

(4) (a) L'espérance de vie à la naissance en France, 82 ans, est supérieure à la médiane. Par définition de la médiane, elle fait partie de la moitié des pays qui ont l'espérance de vie la plus haute.

(b) L'espérance de vie en Russie étant 70 ans, tous les pays des classes $[70;80[$ et $[80;90[$ ont des espérances de vie plus élevées. Cela représente $100+23 = 123$ pays, c'es-à-dire un pourcentage de $\frac{123\times100}{196} = 62,76\%$.

(5) La moyenne calculée au (2) ne tient pas compte des tailles des pays : par exemple, si les pays très peuplés ont des espérances de vie faible, cela va faire baisser la moyenne.

Exercice 4 (Bonus — 2 points)**.** Cent élèves participent à une épreuve notée sur 20 ; la moyenne de toutes les notes est 10. Les garçons sont 50% de plus que les filles, et la moyenne des filles est 50% de plus que celle des garçons.

(1) Soit g le nombre de garçons, et f le nombre de filles. Il y a 50% de garçons de plus que les filles, donc $g = 1,5f$. De plus, il y a 100 élèves, donc $g + f = 100$. Ce qui donne :
$1,5f + f = 100$
$2,5f = 100$
$f = 100 \div 2,5 = 40$.
Il y a donc 40 filles et 60 garçons.

(2) Soit $\bar{f}$ la moyenne des filles, et $\bar{g}$ celle des garçons. La moyenne de la classe, 10, est égale à : $\dfrac{40\bar{f} + 60\bar{g}}{100}$. Or la moyenne des filles est 50% plus élevée que celle des garçons, donc $\bar{f} = 1,5\bar{g}$. Ainsi :
$\dfrac{40 \times 1,5\bar{g} + 60\bar{g}}{100} = 10$
$60\bar{g} + 60\bar{g} = 10 \times 100$
$120\bar{g} = 1000$
$\bar{g} = 1000 \div 120 = 8,33$.
Donc la moyenne des garçons est 8,33, et celle des filles est $1,5 \times 8,33 = 12,5$.