

Devoir surveillé — VECTEURS

Exercice 1 (Relation de Chasles — 3 points). Exprimer le plus simplement possible les sommes de vecteurs suivants :

(a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$

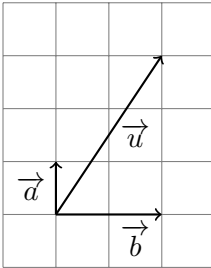
(c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{CD}$

(b) $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AF}$

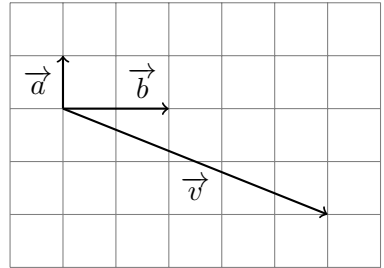
(d) $2\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{AB}$

Exercice 2 (2 points). Exprimer les vecteur \vec{u} et \vec{v} en fonction des vecteurs \vec{a} et \vec{b} .

(a)



(b)



Exercice 3 (5 points). Soit $ABCD$ un quadrilatère quelconque, et I, J, K, L les milieux respectifs des segments $[AB], [BC], [CD],$ et $[DA]$.

(a) Sur une figure, placer quatre points A, B, C et D au hasard, et placer les points I, J, K et L en fonction de A, B, C et D . Tracer les quadrilatères $ABCD$ et $IJKL$, et le segment AC .

(b) Le but de cette question est de prouver que $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

(i) Justifier que $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BJ}$.

(ii) Justifier que $\overrightarrow{IB} = \overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{BJ} = \overrightarrow{JC}$.

(iii) En déduire que $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{JC} = \overrightarrow{IJ}$.

(iv) Justifier que $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{JC}$.

(v) En déduire que $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

(c) En utilisant le même raisonnement, montrer que $\overrightarrow{LK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

(d) En déduire la nature du quadrilatère $IJKL$.

Exercice 4 (Bonus). Citer un mathématicien, et dire pourquoi il est connu.

Barème : 0,5 point pour la justesse de la réponse, plus 0,5 point pour l'originalité (si aucun autre élève n'a donné la même réponse).