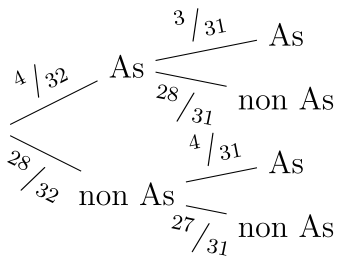
Devoir
Corrigé

Exercice 1 (Probabilités — 5 points)**.** On considère un jeu de 32 cartes.

1. *On tire une carte au hasard. Quelle est la probabilité de tirer un As ?* Il y a équiprobabilités, et quatre As dans un jeu de 32 cartes, donc la probabilité est $\frac{4}{32} = \frac{1}{8}$.
2. *On tire deux cartes au hasard, sans remise, et on s'intéresse aux As tirés.*
   (a) *Représenter cette expérience par un arbre.*
   (b) *Quelle est la probabilité de tirer deux As ?* Une seule branche de l'arbre correspond à cet évènement. Sa probabilité est $\frac{4}{32} \times \frac{3}{31} = \frac{3}{248} \approx 1,2\%$.
   (c) *Quelle est la probabilité de tirer exactement un As ?* Deux branches correspondent à cet évènement. Sa probabilité est donc la somme de ces deux branches, soit $\frac{4}{32} \times \frac{28}{31} + \frac{28}{32} \times \frac{4}{31} = \frac{7}{31} \approx 23\%$.



Exercice 2 (Échantillonnage — 6 points)**.**

Travaillant dans un laboratoire de contrôle pharmaceutique, vous êtes chargé(e) d'étudier deux traitements A et B, censés guérir une certaine maladie, pour autoriser ou non *leur vente. On sait que 30% des malades guérissent spontanément (c'est-à-dire sans médicament) en moins d'une semaine. La question à laquelle vous devez répondre est : Ces médicaments permettent-ils une guérison plus rapide ?*

1. *Testé auprès de 30 personnes, le traitement A en a guéri 17 en moins d'une semaine. On note p_A la proportion théorique de malades guérissant en moins d'une semaine avec le médicament A.*
   (a) *Déterminer un intervalle de confiance à 95 % de p_A, donné par la formule $\left[f - \frac{1}{\sqrt{n}}; f + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$, où f est la fréquence des guérisons de l'échantillon en moins d'une semaine, et n la taille de l'échantillon.* Le test a été mené sur 30 personnes, donc $n = 30$, et 17 de ces personnes ont guéri en moins d'une semaine, donc $f = \frac{17}{30}$. Donc l'intervalle est $\left[\frac{17}{30} - \frac{1}{\sqrt{30}}; \frac{17}{30} + \frac{1}{\sqrt{30}}\right]$, soit $[0,38; 0,75]$.
   (b) *Pouvez-vous affirmer que ce médicament accélère le temps de guérison ? Justifier.* On peut affirmer, avec une probabilité d'erreur de 5%, que la probabilité p_A de guérison en moins d'une semaine avec ce médicament, est comprise dans l'intervalle $[0,38; 0,75]$. Donc on peut affirmer, avec ce même taux d'erreur, que ce médicament accélère la vitesse de guérison.
2. *Un intervalle de confiance à 95 % de la proportion p_B de guérisons en moins d'une semaine avec le traitement B est $[0,27; 0,41]$. Pouvez-vous affirmer que ce traitement accélère la guérison ?* La proportion 30% est comprise dans l'intervalle de confiance. Donc on ne peut affirmer, ni que ce médicament accélère la guérison, ni qu'il la ralentit.

3. *Parmi ces deux médicaments, le(s)quel(s) autoriseriez-vous à la vente ?* Nous autoriserions le premier médicament seulement, puisqu'il n'a pas été démontré que le second médicament accélère le temps de guérison.

Exercice 3 (Tableau de signes — 3 points)**.** *Résoudre l'inéquation suivante en utilisant un tableau de signes.*

$$\frac{2x-3}{5-x} < 0$$

On commence par résoudre séparément chacune des deux inéquations $2x-3 \geqslant 0$ et $5-x \geqslant 0$. Nous obtenons : $2x-3 \geqslant 0$ si et seulement si $x \geqslant \frac{3}{2}$, et $5-x \geqslant 0$ si et seulement si $x \leqslant 5$.

x	$-\infty$		$\frac{3}{2}$		5		$+\infty$
$2x-3$		$-$	0	$+$		$+$	
$5-x$		$+$		$+$	0	$-$	
$\frac{2x-3}{5-x}$		$-$	0	$+$	$\|$	$-$	

Les solutions sont donc $]-\infty;\frac{3}{2}[\cup]5;+\infty[$.

Exercice 4 (Algorithmique — 6 points)**.**

On considère l'algorithme suivant.

```
Lire x
Si (2x−7)÷(3−x) > 0
Alors
Afficher "Vrai"
Sinon
Afficher "Faux"
FinSi
```

1. *Faire fonctionner cet algorithme avec $x = 0$, $x = 2$, $x = 6$. À quoi sert-il ?*

   — Avec $x = 0$, la fraction `(2x-7)÷(3-x)` est négative, donc l'algorithme affiche `Faux`.

   — Avec $x = 2$, la fraction est négative, donc l'algorithme affiche `Faux`.

   — Avec $x = 6$, la fraction est négative, et l'algorithme affiche `Vrai`.

   Cet algorithme affiche `Vrai` si l'image de la fonction $f(x) = \frac{2x-7}{3-x}$ est positive.

2. *Faire fonctionner cet algorithme avec $x = 3$. Que se passe-t-il ?* Le calcul de la fraction `(2x-7)÷(3-x)` est alors impossible, car il y a une division par zéro.

3. *Corriger l'algorithme pour qu'il produise un résultat cohérent avec $x = 3$.* Une solution est de vérifier, avant de faire le calcul, que `x` est différent de zéro.

```
Lire x
Si x = 3
Alors
  Afficher "Impossible"
Sinon
  Si (2x−7)÷(3−x) > 0
  Alors
    Afficher "Vrai"
  Sinon
    Afficher "Faux"
  FinSi
FinSi
```