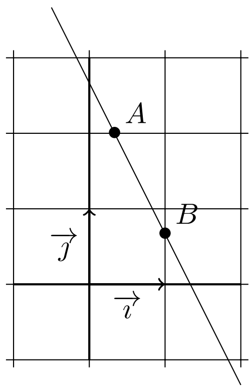
Correction de DM
Fonctions affines — Inéquations

Exercice 1 (Fonctions affines)**.**

(1) *Calculer l'équation de la droite $\mathcal{D}$ passant par les points $A(\frac{1}{3};2)$ et $B(1;\frac{2}{3})$.* On cherche une équation de la forme $y = ax+b$. On sait que $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{\frac{2}{3}-2}{1-\frac{1}{3}} = -2$. Nous avons maintenant une équation de la forme $y = -2x - b$. Reste à calculer b. Le point A appartient à la droite, donc ses coordonnées vérifient l'équation de la droite, donc $y_A = -2x_A + b$, c'est-à-dire $2 = -2 \times \frac{1}{3} + b$. C'est une équation du premier degré, la solution est $b = \frac{8}{3}$. L'équation de la droite est donc $y = -2x + \frac{8}{3}$.

(2) *Dans un repère orthonormé, placer les points A, B, et tracer la droite $\mathcal{D}$. Vérifier la cohérence du tracé.*



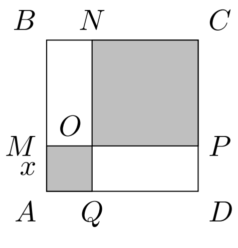
Vérifications possibles :

— Lecture graphique du coefficient directeur.

— Lecture graphique de l'ordonnée à l'origine.

— Placer un troisième point, et vérifier qu'il appartient bien à la droite.

Exercice 2 (Problème)**.**



(1) *Quelles sont les valeurs possibles pour x ?*

M est un point du segment $[AB]$, de longueur 6. Donc $x \in [0;6]$.

(2) *Montrer que* $\mathcal{A}(x) = x^2 + (6-x)^2$.

$OMAQ$ et $NCPO$ sont des carrés, d'aires respectives x^2 et $(6-x)^2$. L'aire grisée est la somme des deux, d'où la formule.

(3) (a) *Montrer que le problème revient à résoudre l'inéquation* $2x^2 - 12x + 16 \geqslant 0$.

On cherche les valeurs de x pour lesquelles $\mathcal{A}(x)$ est supérieure à $20\,\text{cm}^2$, c'est-à-dire $\mathcal{A}(x) \geqslant 20$. Donc :

$x^2 + (6-x)^2 \geqslant 20$

$x^2 + 36 - 12x + x^2 \geqslant 20$

$2x^2 - 12x + 36 - 20 \geqslant 20$

$2x^2 - 12x + 16 \geqslant 0$.

(b) *Montrer que* $2x^2 - 12x + 16 = (2x-4)(x-4)$.

Il suffit de développer le second membre :

$$\begin{aligned}(2x-4)(x-4) &= 2x^2 + 2x \times (-4) - 4x + 16 \\ &= 2x^2 - 12x + 16.\end{aligned}$$

(c) *Résoudre* $(2x-4)(x-4) \geqslant 0$.

C'est une équation produit, qui se résoud avec un tableau de signes. Commençons par résoudre les deux équations :

- $2x - 4 \geqslant 0$ si $x \geqslant 2$;
- $x - 4 \geqslant 0$ si $x \geqslant 4$.

Le tableau de signes est alors le suivant :

x	$-\infty$		2		4		$+\infty$
$2x - 4$		$-$	0	$+$		$+$	
$x - 4$		$-$		$-$	0	$+$	
$(2x-4)(x-4)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Et on lit dans la dernières ligne que les solutions sont : $x \in]-\infty; 2] \cup [4; \infty[$.

(4) *Répondre à la question posée au départ.*

Nous avons dit au départ que $x \in [0;6]$. Donc, en combinant cette information avec la précédente, nous trouvons $x \in [0;2] \cup$

$[4; 6]$.