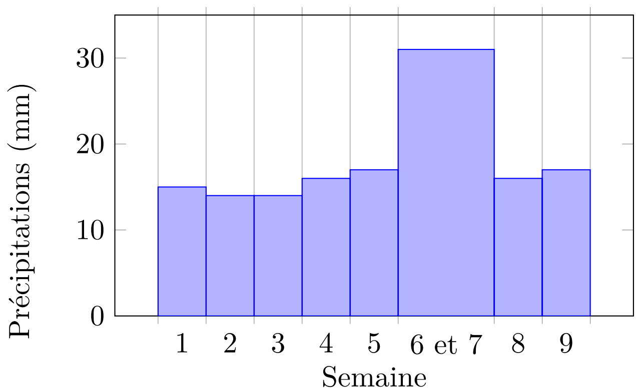
DM — Statistiques — Raisonnement

À rendre le vendredi 22 novembre

Exercice 1. Alain, intéressé par la météorologie, mesure les précipitations chez lui toutes les semaines. Il part quinze jours en vacances pendant les semaines 6 et 7, et n'a donc pu faire qu'un relevé pour ces deux semaines.

Semaine	1	2	3	4	5	6 et 7	8	9
Précipitations (mm)	15	14	14	16	17	31	16	17

Afin de visualiser les précipitations, il trace l'histogramme suivant.



(1) Selon son histogramme, quelles semaines ont eu lieu les plus fortes précipitations ? Cela reflète-t-il la réalité ?

L'erreur d'Alain est qu'il a fait *les hauteurs* des barres proportionnelles à la valeur des caractères, alors que *les aires* des barres auraient dû être proportionnelles à la valeur des caractères.

Le but de cet exercice est de tracer un histogramme correct.

(2) Dans cette question nous allons compléter le tableau de proportionnalité suivant, où les trois dernières lignes correspondent aux barres de l'histogramme que nous tracerons ensuite.

Semaine	1	2	3	4	5	6 et 7	8	9
Précipitations (mm)	15	14	14	16	17	31	16	17
Aire		7						
Largeur	1	1	1	1	1	2	1	1
Hauteur								

(a) Remplir la ligne « Aire », de sorte que l'aire soit proportionnelle aux précipitations.

(b) Remplir la ligne « Hauteur », de sorte que dans chaque colonne, le produit de la hauteur par la largeur soit égale à l'aire.

(3) Tracer l'histogramme en utilisant les largeurs et hauteurs des barres calculées dans le tableau.

Exercice 2 (Établir une égalité)**.** Voici trois méthodes pour établir une égalité.

Méthode 1 On transforme par étape successive un membre de l'égalité à établir pour obtenir le second.

Exemple : Montrer que $(x-2)(x+3) = x^2 + x - 6$*.*

On part du premier membre :

$$\begin{aligned}(x-2)(x+3) &= x \times x + 3x - 2x - 2 \times 3 \\ &= x^2 + (3-2)x - 6 \\ &= x^2 + x - 6\end{aligned}$$

Puisqu'on retrouve le second membre, l'égalité est vraie.

Méthode 2 On transforme chaque membre de l'égalité pour montrer qu'ils sont égaux à une même quantité.

Exemple : Montrer que pour tout réel x*,* $x(x+1)(x+2)(x+3) = (x^2+3x+1)^2 - 1$

On développe le premier membre :

$$\begin{aligned}x(x+1)(x+2)(x+3) &= x(x+1)(x^2+5x+6) \\ &= x(x^3+6x^2+11x+6) \\ &= x^4+6x^3+11x^2+6x\end{aligned}$$

On fait de même pour le second membre :

$$\begin{aligned}(x^2+3x+1)^2-1 &= (x^4+3x^3+x^2)+\\ &\quad (3x^3+9x^2+3x)+\\ &\quad (x^2+3x+1)-1\\ &= x^4+6x^3+11x^2+6x\end{aligned}$$

On trouve donc : $x(x+1)(x+2)(x+3) = x^4+6x^3+11x^2+6x = (x^2+3x+1)^2-1$. *Les deux quantités sont donc égales.*

Méthode 3 On calcule la différence des deux membres, et on montre qu'elle est nulle.

Exemple : Montrer que $\dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

$$\begin{aligned}\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{\sqrt{2}}{2} &= \frac{1}{\sqrt{2}}\times\frac{2}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\\ &= \frac{2}{2\sqrt{2}}-\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}\\ &= \frac{2}{2\sqrt{2}}-\frac{2}{2\sqrt{2}}\\ &= 0\end{aligned}$$

En précisant le numéro de la méthode utilisée, démontrer que :

(a) Pour tout nombre réel a, $a^3-1=(a-1)(a^2+a+1)$.

(b) Pour tout nombre réel x, $(x-3)(x^2+3x-10) = (x+5)(x^2-5x+6)$.

(c) Pour tous points du plan A, B, C, D : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CB}$.

(d) $\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$.

(e) Pour tout nombre réel x différent de 1 : $\dfrac{2x^2-5x-1}{x-1} = 2x-3-\dfrac{4}{x-1}$.