

Devoir à la maison — Correction

Rendu le vendredi 8 novembre

Exercice 1 (Vecteurs). Exercice 90 page 178.

a. Montrer que $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{KD}$.

Cette égalité fait intervenir le point I , à propos duquel la seule information que nous ayons est que c'est le symétrique de A par rapport à B . Donc B est le milieu du segment $[AI]$, et $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BI}$.

Pour les mêmes raisons, $\overrightarrow{KD} = \overrightarrow{DC}$.

Enfin, $ABCD$ étant un parallélogramme, $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$.

Pour conclure : $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{KD}$.

En déduire que O est le milieu de $[BI]$.

Puisque $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{KD}$, $BIDK$ est un parallélogramme, donc ses diagonales $[BD]$ et $[KI]$ se coupent en leur milieu. Le point O étant le milieu de $[BD]$, c'est aussi le milieu de $[IK]$.

- b. On utilise la même méthode pour montrer que O est le milieu de $[JC]$.
- c. Nous venons de démontrer que les deux diagonales du quadrilatère $IJKL$ se coupent en leurs milieux. C'est donc un parallélogramme.

Exercice 2 (Algorithmique). *Corrigé en classe.*

Exercice 3 (Statistiques).

- (1) *D'après le tableau de fréquences, peut-on dire que les voyelles sont plus utilisées que les consonnes dans la langue française ?*

Ormi y , la voyelle la moins utilisée est o (5,2%). Seules cinq consonnes sur 19 (l, n, r, s, t) sont utilisées davantage. On peut donc dire que les voyelles sont plus utilisées que les consonnes.

D'un autre côté, la somme des fréquences des voyelles est 43,73%, soit moins de la moitié. De ce point de vue là, les voyelles apparaissent moins souvent que les consonnes.

La question est donc mal formulée : suivant l'interprétation, la réponse est différente.

- (2) Voici les trois premiers vers d'un poème d'Omar Khayyam (mathématicien perse) contenant 132 lettres.

Ma venue ne fut d'aucun profit pour la sphère céleste
 Mon départ ne diminuera ni sa beauté ni sa grandeur
 Mes deux oreilles n'ont jamais entendu dire par personne

- (a) Le e a une fréquence d'apparition de 17,69%. Il devrait donc apparaître environ $132 \times 17,69 \div 100 = 23,4$ fois. Le z devrait apparaître $132 \times 0,12 \div 100 = 0,2$ fois.
- (b) Le poème contient 23 e (avec ou sans accents), et aucun z .
- (c) La fréquence d'apparition des lettres dans le poème correspond aux fréquences calculées dans le tableau.
- (3) *Chiffre de César* : « VO ZYEBAEYS NO MODDO FOXEO OD MOVES NO MO NOZKBD »

- (a) Voici un tableau présentant l'effectif, l'effectif total et la fréquence des lettres du vers codé (les lettres non représentées n'apparaissent pas).

Lettre	a	b	d	e	f	k	m	n
Effectif	1	2	4	4	1	1	3	3
Fréquence (%)	2,6	5,3	10,5	10,5	2,6	2,6	7,9	7,9
Lettre	o	s	v	x	y	z	Total	
Effectif	11	2	2	1	2	1	38	
Fréquence (%)	28,9	5,3	5,3	2,6	5,3	2,6	100	

- (b) La lettre o est celle qui apparaît le plus souvent. Il est donc probable qu'elle code la lettre e . Dans ce cas, les lettres o , p , q , etc. codent, respectivement, les lettres f , g , h , etc. Le vers décodé donne donc

| Le pourquoi de cette venue et celui de ce départ

- (c) *N DHRYYR RCB DHR N IRPH BZNE XUNLLNZ ?* En utilisant la même méthode, on trouve que les lettres les plus représentées sont les lettres r et n . Il est donc probable que l'une de ces lettres code la lettre e .

— Si n code le e , alors n , o , p , etc. codent les e , f , g et la phrase devient : « E UYIPPI ITSUYI E ZIGY SQEV OLECCEQ », ce qui ne signifie pas grand'chose.

— Si r code le e , alors r , s , t , etc. codent les e , f , g et la phrase devient : « A QUELLE EPOQUE A VECU OMAR

KHAYYAM ». La réponse est aux alentours de 1100 (né en 1048, mort en 1131).