

1 Proportion et Pourcentages

Définition. Soient E un ensemble non vide, et n_E le nombre d'élément de E . Soient A une partie de E , ayant n_A éléments.

La *proportion* de A dans E est le nombre défini par : $p = \frac{n_A}{n_E}$.

Propriété. On a donc : $n_E = \frac{n_A}{p}$ et $n_A = p \times n_E$.

Remarque. Pour obtenir la proportion sous forme de pourcentage, on peut multiplier le résultat par 100 : $\frac{n_A}{n_E} \times 100$.

Remarque. Pour manipuler les proportions, on peut utiliser un tableau de proportionnalité.

Exemple 1. Une entreprise emploie 134 salariés.

1. Parmi ceux-ci, 77 sont des femmes. Quelle proportion de femmes l'entreprise emploie-t-elle ?
2. Environ 63% des salariés sont des ouvriers. Combien d'ouvriers y a-t-il dans l'entreprise ?

Propriété. Soit E un ensemble, A une partie de E , et B une partie de A . On appelle p_A la proportion de A dans E , et p_B la proportion de B dans A . Alors la proportion de B dans E est _____.

Exemple 2. Certains élèves d'un lycée suivent une première générale. Parmi ceux-ci, 78% ont choisi la spécialité mathématique. Parmi ceux-ci 52% conservent cette spécialité en terminale. On se demande quelle est parmi l'ensemble des élèves de première générale, quelle est la proportion qui prendra la spécialité mathématiques en terminale.

2 Évolution

Définition. Soient une valeur initiale V_I et une valeur finale V_F .

- La *variation absolue* est le nombre $V_F - V_I$.
- La *variation relative* est le nombre $\frac{V_F - V_I}{V_I}$, appelé *taux d'évolution*.

Exemple 3. Entre 2020 et 2021, le nombre d'adhérents d'une association est passé de 342 à 411 membres.

1. Calculer l'évolution absolue du nombre d'adhérents.
2. Calculer l'évolution relative du nombre d'adhérents.
3. Les responsables espèrent une évolution de 5% de l'année 2021 à l'année 2022. Quelle serait alors le nombre d'adhérents ?

Définition et Propriété.

- Appliquer un taux d'évolution t à une valeur revient à la multiplier par le nombre $1 + t$, appelé *coefficient multiplicateur*.
- Appliquer un taux d'évolution de $t\%$ à une valeur revient à la multiplier par $1 + \frac{t}{100}$.

Exemple 4. En 2018, il y avait dans une réserve naturelle 68 loups et 296 cerfs.

1. De 2018 à 2019, le taux d'évolution du nombre de loups dans la réserve était de $-0,12$. Combien y avait-il de loups en 2019 ?
2. De 2018 à 2019, le nombre de cerfs a augmenté de 6% . Combien y avait-il de cerfs en 2019 ?

Propriété. Soit t un taux d'évolution, et CM le coefficient multiplicateur correspondant. Alors :

$$CM = 1 + t \text{ et } t = CM - 1$$

Exemple 5.

1. Convertir les taux d'évolutions suivants en coefficients multiplicateurs : (a) $+30\%$; (b) $-0,05$; (c) -50% .
2. Convertir les coefficients multiplicateurs en taux d'évolution : (a) $0,97$; (b) $1,36$; (c) 1 .

Propriété. Le coefficient multiplicateur associé à plusieurs évolutions successives est égal au produit des coefficients multiplicateurs de chacune des évolutions.

Exemple 6. Une association répare et vend des vélos usagés. Voici les taux d'évolution des ventes de vélo durant quatre ans.

	Année 2017	2018	2019	2020
Évolution par rapport à l'année précédente	$+3\%$	$+8\%$	-5%	$+7\%$

Quelle est le taux d'évolution du nombre de vélos vendus entre 2016 et 2020 ?

Propriété. Le coefficient multiplicateur associé à une évolution réciproque est égal à l'inverse du coefficient multiplicateur de l'évolution.

Exemple 7. De 2020 à 2021, le chiffre d'affaires d'une entreprise a baissé de 23% . Quel devrait être le taux d'évolution de ce chiffre d'affaire de 2021 à 2022 pour qu'il retrouve sa valeur initiale ?

Exemple 8 (Presque hors-programme). Voici l'évolution du nombre d'employés d'une entreprise pendant quatre ans.

	Année 2018	2019	2020
Évolution par rapport à l'année précédente	$+21\%$	$+4\%$	$+9\%$

Calculer le taux d'évolution annuel moyen du nombre d'employés de l'entreprise durant ces trois années.